

LEARNING TRAJECTORY MENGGUNAKAN MODEL PEMBELAJARAN DISCOVERY LEARNING PADA MATERI BARISAN ARITMETIKA

Renti Rengganis¹, Wahyu Hidayat²

^{1,2} IKIP Siliwangi, Jl. Terusan Jenderal Sudirman, Cimahi, Indonesia

¹rentirengganis56@gmail.com, ²wahyu@ikipsiliwangi.ac.id

ARTICLE INFO	ABSTRACT
Article History Received Sep 5, 2024 Revised Feb 20, 2025 Accepted Apr 5, 2025 Keywords: Learning Trajectory; Discovery Learning; Arithmetic Sequence	<i>This research aims to produce learning trajectory by using discovery learning model on arithmetic sequence material. Researchers used the design research method which has three stages, namely preliminary design, design experiment, and retrospective analysis. This research was conducted at SMA Al Bidayah Batujajar on class X-1 students consisting of 20 students. Based on the results of the research, a learning trajectory was obtained that could help students understand the concept of arithmetic sequence consisting of activities to understand number patterns, identify differences and nth terms, discover the concept of arithmetic sequence, and apply the concept of arithmetic sequence in real life. The results of the learning experiment using the discovery learning model can help students improve their understanding of the concept of arithmetic sequence.</i>
Corresponding Author: Renti Rengganis, IKIP Siliwangi Cimahi, Indonesia rentirengganis56@gmail.com	Penelitian ini bertujuan untuk menghasilkan <i>learning trajectory</i> dengan menggunakan model pembelajaran <i>discovery learning</i> pada materi barisan aritmetika. Peneliti menggunakan metode <i>design research</i> yang memiliki tiga tahapan yaitu <i>preliminary design</i>, <i>design experiment</i>, dan <i>retrospective analysis</i>. Penelitian ini dilakukan di SMA Al Bidayah Batujajar pada siswa kelas X-1 sebanyak 20 siswa. Hasil penelitian yang didapat merupakan <i>learning trajectory</i> yang bisa membantu siswa dalam memahami konsep barisan aritmetika terdiri dari aktivitas memahami pola bilangan, mengidentifikasi beda dan suku ke-n, menemukan konsep barisan dan penerapannya dalam kehidupan nyata. Hasil dari percobaan pembelajaran menggunakan model <i>discovery learning</i> bisa membantu siswa mengembangkan kemampuan pemahaman tentang konsep barisan aritmetika.

How to cite:

Rengganis, R., & Hidayat, W. (2025). Learning trajectory menggunakan model pembelajaran discovery learning pada materi barisan aritmetika. *JPMM – Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif*, 8(3), 327-336.

PENDAHULUAN

Pembelajaran ialah proses aktif dari keterlibatan aktif individu dalam merefleksikan pengalaman dan perilaku yang ia praktikkan di lingkungan tertentu (Wulandari, 2016). Peran seorang guru dalam suatu pembelajaran ialah sebagai fasilitator yang menyediakan pengalaman belajar, merangsang keingintahuannya, serta mengevaluasi hasil belajar siswa. Matematika menjadi salah satu mata pelajaran di sekolah yang penting dalam pendidikan, karena

pembelajaran matematika dapat membantu siswa melatih berpikir logis, kritis, kreatif, dan mampu menyelesaikan masalah dalam kehidupan nyata. Cornelius (Aulia, 2020) berpendapat mengenai alasan pentingnya mempelajari matematika, yaitu: 1) untuk mengetahui pola hubungan; 2) sarana meningkatkan kesadaran perkembangan budaya; 3) sarana berpikir logis dan kreatif.

Namun, banyak yang berpikir bahwa matematika itu sulit dipelajari dan membingungkan, banyak juga yang mengira bahwa guru matematika tidak menyenangkan dan menakutkan. Menurut laporan PISA tahun 2015 (Kusuma et al., 2022) bahwa kemampuan matematis siswa berada di peringkat ke – 63 dari 70 negara dengan skor rerata 386, sedangkan skor rerata secara internasional adalah 490. Selain itu hasil survei tentang perkembangan matematika siswa SD dan SMP dalam TIMSS tahun 2015 Indonesia mendapatkan peringkat ke – 45 dari 50 negara dengan meraih skor rerata 397 dari 500. Hal ini diketahui bahwa tingkat kemampuan pemahaman matematis siswa masih kurang. Dari pernyataan tersebut, perlu adanya strategi perbaikan terkait pemahaman konsep pada siswa supaya penyampaian materi di kelas dapat berjalan dengan efektif dan efisien.

Barisan dan deret aritmetika adalah salah satu materi yang penting untuk dipelajari kelas di SMA kelas X. Pada penelitian ini, materi yang akan dibahas adalah barisan aritmetika. Tujuan pembelajaran materi ini yaitu menggunakan pola bilangan untuk menyelesaikan masalah kontekstual, namun kenyataan di lapangan, siswa masih kesulitan menyelesaikan permasalahan yang berhubungan dengan barisan dan deret. Pada umumnya, dalam menyelesaikan soal barisan aritmetika siswa hanya menghafal langkah – langkah penyelesaian yang diajarkan guru, sehingga faktor ini menjadi salah satu penyebab siswa belum mampu memahami konsep (Marella, Fiangga, 2024). Adapun penelitian oleh Hariyomurti, Prabawanto, & Jupri (Marella, Fiangga, 2024) bahwa kesulitan belajar ini dikarenakan siswa belum memahami maksud soal, salah dalam menulis rumus, belum bisa menentukan suku ke-n ataupun kesalahan dalam pengajaran seperti materi prasyarat yang belum dikuasai siswa dan guru yang masih kurang menguasai materi barisan dan deret aritmetika. Dalam hal ini pentingnya siswa dalam mempelajari materi matematika adalah dengan mampu memahami konsepnya terlebih dulu. Zulnaldi dan Zakaria (Annisa et al., 2023) menjelaskan daya dukung proses pembelajaran dapat menguat apabila siswa dapat memahami konsep materi, selain itu pemahaman konsep menjadi dasar utama dalam menghubungkan konsep – konsep matematika.

Sekarang, tidak sedikit ditemukan proses belajar yang masih konvensional dengan metode *teacher centered*. Hal ini menyebabkan pembelajaran di kelas kurang efektif. Maka dari itu, dalam mengatasi permasalahan tersebut perlu adanya perubahan dalam sistem pembelajaran di kelas yang berorientasi pada siswa. Salah satu metode belajar yang cocok digunakan adalah *discovery learning*. Model ini menuntut guru untuk membantu siswa terlibat aktif dan mandiri dalam menyelesaikan setiap tantangan yang ada. Proses pembelajaran di kelas harus membantu siswa untuk melatih kemampuan matematis, salah satunya siswa dapat terlibat aktif dalam pembelajaran, sedangkan guru berperan sebagai fasilitator. Model pembelajaran *Discovery Learning* merupakan salah satu dari banyak model belajar yang dilakukan supaya ada keterlibatan siswa dalam menemukan dan memahami topik materi secara mandiri, supaya konsep yang telah dipelajari siswa tidak mudah dilupakan (Sekarsari et al., 2023).

Jika mengkaitkan dengan pembelajaran yang melibatkan siswa, maka tidak terlepas pada model pembelajaran *discovery learning*. Model pembelajaran *discovery learning* merupakan proses belajar berbasis penemuan yang mendorong siswanya untuk mengorganisasikan dalam menemukan konsep. Selain itu, *discovery learning* membantu mengembangkan cara belajar

siswa dengan aktif, sehingga apa yang telah dipelajarinya dapat bertahan lama (Fajri, 2019). *Discovery learning* memiliki enam tahapan aktivitas menurut Setyawan dan Kristanti (Fazriansyah, 2023) diantaranya: 1) *stimulation*; 2) *problem statment*; 3) *data collection*; 4) *data processing*; 5) *verification*; 6) *generalization*. Penggunaan *discovery learning* di kelas dapat membantu siswa secara mandiri menemukan solusi terhadap berbagai tantangan.

Learning trajectory menurut Simamora (2021) adalah suatu rancangan belajar yang memperlihatkan cara siswa belajar dengan natural, yaitu siswa belajar secara kreatif dan aktif mengkonstruksi ilmu yang telah didapatnya. Untuk mendapatkan *learning trajectory*, peneliti harus mengujicobakan terlebih dulu *hypothetical learning trajectory* (HLT) yang sudah disusun sebelumnya. Mengingat masalah yang dialami siswa dalam proses belajar barisan aritmetika serta penerapan model pembelajaran *discovery learning*, berdasarkan permasalahan tersebut, penelitian ini bertujuan untuk menghasilkan *learning trajectory* dalam membantu siswa memahami konsep materi barisan aritmetika di SMA kelas X.

METODE

Penelitian yang digunakan adalah metode *Design Research* yaitu mendesain pembelajaran materi barisan aritmetika menggunakan model pembelajaran *discovery learning* pada siswa SMA kelas X. metode *design research* yang digunakan adalah *type validation studies* yang memiliki tujuan untuk membuktikan teori pembelajaran. Menurut Gravemeijer dan Cobb dalam Meirida (2021), penelitian ini memiliki 3 tahapan yaitu *preliminary design*, *design experiment*, dan *retrospective analysis*. Penelitian ini dilakukan di SMA Al Bidayah Batujajar tahun ajaran 2023/2024 pada bulan April hingga Mei 2024 dengan tahapan sebagai berikut:

Pada tahap *preliminary design*, peneliti mengembangkan HLT. Menurut Simon (Ramury et al., 2015) HLT ini berisi tujuan belajar, aktivitas belajar, dan konjektur berpikir siswa pada aktivitas pembelajaran. HLT ini disusun berdasarkan observasi dan wawancara guru sekolah yang bersangkutan, serta dikaitkan dengan studi literatur. Pada analisis ini ditemukan bahwa siswa masih belum memahami konsep barisan dan deret aritmatika semenjak pembelajaran secara daring, serta siswa masih belum memahami pola bilangan.

Selanjutnya, *design experiment* yang meliputi *pilot experiment* dan *teaching experiment*. Pada *pilot experiment* HLT yang telah disusun akan dilakukan uji coba pada siswa dalam kelompok kecil yaitu 10 siswa dan peneliti sebagai guru model, tahapan ini akan digunakan untuk mengumpulkan data dalam menyesuaikan dan memperbaiki HLT awal yang akan digunakan pada tahap *teaching experiment*. Lalu, pada *teaching experiment*, HLT yang telah diuji cobakan pada *pilot experiment* dan sudah direvisi, maka akan diujikan kembali di kelas besar berjumlah 20 siswa. Guru mata pelajaran sebagai pengajar dan peneliti sebagai observer pada kegiatan belajar di kelas. Selanjutnya, *retrospective analysis*. Data yang didapat dari *teaching experiment* dianalisis dan hasilnya akan dipakai untuk evaluasi dan pengembangan rancangan proses belajar berikutnya. Pada tahap ini, HLT akan dibandingkan dengan kondisi di lapangan yang mana hasilnya akan menjawab rumusan masalah.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil

Pada *preliminary design*, peneliti merancang HLT sebanyak dua pertemuan. Pertemuan pertama untuk mengidentifikasi beda dan suku pada suatu pola barisan aritmetika dan

pertemuan kedua menemukan rumus barisan aritmetika. HLT pada materi barisan aritmetika sebagai berikut.

Tabel 1. HLT pada materi barisan aritmetika

Tujuan	Aktivitas	Konjektur
Siswa dapat menganalisis pola bilangan, suku pertama, dan beda suatu barisan.	Siswa secara berkelompok berdiskusi mengenai pola bilangan, suku pertama, dan beda pada suatu barisan aritmetika.	•Siswa memahami pola bilangan •Siswa menentukan suku pertama serta beda pada suatu barisan.
Siswa dapat menemukan rumus suku ke – n suatu barisan aritmetika.	Siswa diberi aktivitas untuk menentukan suku ke-n pada suatu barisan aritmetika dengan cara manual, serta guru membimbing siswa untuk menemukan rumus suku ke – n barisan aritmetika.	•Siswa berdiskusi menyelesaikan permasalahan terkait penemuan rumus barisan aritmetika dengan cara menghitung secara manual (menjumlahkan dengan beda yang sama ke suku berikutnya) dengan media cup. •Siswa mencoba untuk memahami pola barisan aritmetika sampai menemukan rumus dan konsepnya.
Siswa mampu menyelesaikan permasalahan mengenai barisan aritmetika	Siswa membuktikan rumus yang sudah mereka temukan, dengan membuat dan menyelesaikan soal penerapan dalam kehidupan nyata.	•Siswa secara berkelompok menyelesaikan dan membuat soal yang berhubungan dengan kehidupan nyata. •Siswa mengerjakan soal dengan tepat karena sudah memahami konsep barisan aritmetika sebelumnya.

HLT yang sudah dirancang akan diujikan pada 10 siswa yang memiliki kemampuan renda, sedang, dan tinggi. Kegiatan yang dilakukan adalah mengingat kembali konsep pola bilangan, mengidentifikasi beda dan suku pada pola barisan aritmetika. Siswa dibagi menjadi 2 kelompok untuk menyelesaikan setiap aktivitas yang telah dirancang, pertama siswa diminta untuk menganalisis pola bilangan. Kemudian dari pola bilangan tersebut siswa menentukan selisih atau beda serta suku pada pola barisan tersebut. Pada tahap ini peneliti sebagai guru model, sedangkan guru mata pelajaran sebagai observer.

Nama Anggota Kelompok:
Umi Nur Hafidha, Nur Hafidha, Nur Hafidha

Aktivitas 1 STIMULASI

Perhatikan barisan bilangan berikut ini! Berapakah 3 bilangan selanjutnya?
Pola barisan: bilangan dengan pola yang tetap berdasarkan operasi penjumlahan dan pengurangan.

3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19
2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512
34, 31, 28, 25, 22, 19, 16, 13, 10
21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42

Dari pola barisan sebelumnya, jika setiap bilangan adalah suku, maka tentukan:
 $U_1 = 2$
 $U_2 = 4$
 $U_3 = 8$
 $U_4 = 16$
 $U_5 = 32$
 $U_6 = 64$

Note: Pilih salah satu pola barisan saja.

Hitunglah beda dari pola barisan aritmetika sebelumnya!
 Beda: selisih antara nilai suku dengan nilai suku sebelumnya.
 $U_2 - U_1 = 4 - 2 = 2$
 $U_4 - U_3 = 16 - 8 = 8$
 $U_6 - U_5 = 64 - 32 = 32$
 $U_3 - U_2 = 8 - 4 = 4$
 $U_5 - U_4 = 32 - 16 = 16$

Gambar 1. Menentukan Pola Bilangan, Beda, dan Suku

Pada aktivitas 1 ini, materi prasyarat yang harus dikuasai adalah pola bilangan. Maka dari itu, stimulasi ini dapat membantu siswa untuk menyelesaikan aktivitas selanjutnya. Namun, pada *pilot experiment* ini terdapat kendala pada aktivitas ke empat sampai dengan ke enam, karena terdapat langkah yang belum lengkap pada lembar aktivitas, sehingga perlu ada revisi.

Setelah melakukan *pilot experiment*, tahap selanjutnya adalah *teaching experiment*. Tahapan ini dilakukan setelah peneliti merevisi lembar kerja yang disesuaikan dengan kondisi kelas. Subyek yang digunakan sebanyak 20 orang siswa yang dibagi menjadi lima kelompok. Disini, peneliti sebagai observer sedangkan guru sebagai pengajar. Tidak ada perubahan HLT yang begitu banyak, hanya perbaikan pada lembar kerja siswa. Berikut disajikan HLT ke 2 barisan aritmetika.



Gambar 2. HLT Barisan Aritmetika

Berikut ini disajikan penjelasan mengenai lintasan belajar yang terdiri dari enam aktivitas menggunakan model *discovery learning* pada materi barisan aritmetika.

Aktivitas 1

STIMULASI

Perhatikan barisan bilangan berikut ini! Berapakah 3 bilangan selanjutnya?
Pola barisan: bilangan dengan pola yang tetap berdasarkan operasi penjumlahan dan pengurangan

3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, ...
34, 31, 28, 25, 22, 19, 16, 13, 10, ...

Dari pola barisan sebelumnya, jika setiap bilangan adalah suku, tentukan:

$U_1 = 2$ $U_4 = 16$
 $U_2 = 4$ $U_5 = 32$
 $U_3 = 8$ $U_6 = 64$

Note: Pilih salah satu pola barisan saja

Hitunglah beda dari pola barisan aritmetika sebelumnya!

Beda: selisih antara nilai suku dengan nilai suku sebelumnya

$U_2 - U_1 = 4 - 2 = 2$ $U_4 - U_3 = 16 - 8 = 8$
 $U_3 - U_2 = 8 - 4 = 4$ $U_5 - U_4 = 32 - 16 = 16$

Gambar 3. Hasil Jawaban LAS 1

Aktivitas 1: Mengamati, Berdiskusi Mengenai Pola Bilangan. Pada aktivitas ini tidak ada revisi karena siswa mampu menyelesaikannya dengan tepat. Dapat dilihat dari hasil jawabannya pada gambar 3. Bagian ini mendorong siswa untuk mengingat kembali konsep pola bilangan yang sudah pernah dipelajari sebelumnya. Jika dari tahap ini siswa mampu memahami, maka pada aktivitas selanjutnya pun dapat diselesaikan juga.

Aktivitas 2

IDENTIFIKASI MASALAH

Setelah kalian dapat menentukan bilangan selanjutnya pada pola barisan sebelumnya, maka terdapat beda (selisih), berapakah beda dari setiap bilangan di bawah ini?

3, 5, 7, 9, 11, 13, ...
 $U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, U_6, U_n$

$b = U_2 - U_1 = 5 - 3 = 2$
 $b = U_3 - U_2 = 7 - 5 = 2$
Maka, $b = U_2 - U_1 = 2$

Setelah kalian dapat menentukan bilangan selanjutnya pada pola barisan diatas, maka terdapat beda (selisih), berapakah beda dari setiap bilangan di bawah ini?

34, 31, 28, 25, 22, 19, ...
 $U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, U_6, U_n$

$b = U_2 - U_1 = 31 - 34 = -3$
 $b = U_3 - U_2 = 28 - 31 = -3$
Maka, $b = U_2 - U_1 = -3$

Jika $U_1 = a$ maka:

$U_2 - a = b \rightarrow U_2 = a + b$
 $U_3 - U_2 = b \rightarrow U_3 = U_2 + b = a + b + b = a + 2b$
 $U_4 - U_3 = b \rightarrow U_4 = U_3 + b = a + 2b + b = a + 3b$
 $U_5 - U_4 = b \rightarrow U_5 = U_4 + b = a + 3b + b = a + 4b$
 $\vdots$
 $U_n - U_{n-1} = b \rightarrow U_n = a + (n-1)b$

Gambar 4. Hasil Jawaban LAS 2

Aktivitas 2: Mengidentifikasi Konsep Beda dari Pola Barisan Aritmetika. Dilihat dari gambar 4, bahwa siswa mampu menemukan darimana konsep rumus beda dan mampu menemukan rumus barisan dari konsep beda tersebut. Siswa dapat mengikuti langkah pada setiap aktivitas, sehingga pada aktivitas 2 ini tidak perlu adanya perbaikan.

Aktivitas 3

PENGUMPULAN DATA

Dari aktivitas yang sudah kalian kerjakan sebelumnya, lakukan dan diskusikan percobaan dengan menggunakan beberapa cup, lalu buat suatu barisan dan tentukan suku ke- n dari suatu barisan tersebut. Dan tuliskan hasilnya disini.

Percobaan 1:
Susunlah cup plastik menjadi sebuah barisan aritmetika 2, 6, 10, ...
tentukan suku ke-14!

$a = 2$
 $b = U_2 - U_1 = 6 - 2 = 4$
 $n = 14$

$U_n = a + (n-1)b$
 $U_{14} = 2 + (14-1)4$
 $= 2 + 13 \cdot 4$
 $= 2 + 52$
 $= 54$

Jika, suku ke-14 adalah 54

Percobaan 2:
Susunlah cup plastik membentuk barisan aritmetika. Lalu tentukan suku ke-55 dari barisan bilangan 1, 4, 7, 10, ...

$a = 1$
 $b = U_2 - U_1 = 4 - 1 = 3$
 $n = 55$

$U_n = a + (n-1)b$
 $U_{55} = 1 + (55-1)3$
 $= 1 + 54 \cdot 3$
 $= 1 + 162$
 $= 163$

Jika, suku ke-55 adalah 163

Setelah kamu melakukan percobaan sebelumnya, dengan menggunakan rumus barisan aritmetika, bagaimana cara menentukan rumus suku ke- n ?

Percobaan 1: 2, 5, 8
 $a = 2$
 $b = U_2 - U_1 = 5 - 2 = 3$
 $U_n = a + (n-1)b$
 $U_n = 2 + (n-1)3$
 $= 2 + (3n-3)$
 $= 3n-1$

Percobaan 2: 2, 4, 6
 $a = 2$
 $b = U_2 - U_1 = 4 - 2 = 2$
 $U_n = a + (n-1)b$
 $U_n = 2 + (n-1)2$
 $= 2 + (2n-2)$
 $= 2n$

Gambar 5. Hasil Jawaban LAS 3

Aktivitas 3: Menentukan Suku ke- n Barisan Aritmetika Menggunakan Cup Plastik. Pada aktivitas 3 ini, siswa dapat menyelesaikan persoalan dengan benar dan tepat karena sebelumnya sudah memahami konsep beda dan sudah menemukan rumus barisan aritmetika. Pada tahap ini

siswa diminta untuk melakukan percobaan menggunakan cup plastik dalam menentukan suku barisan aritmetika.

Aktivitas 4

PENGOLAHAN DATA

Ayo, selesaikan permasalahan berikut ini!

Dalam gedung pentas seni disusun kursi dengan baris paling depan terdiri 14 buah baris ke-2 berisi 16 buah, baris ke-3 18 buah dan setiap baris berikutnya selalu bertambah 2. Banyaknya kursi pada baris ke-20 dan rumus suku barisan ke- n adalah ...

Diketahui:
 $a = 14$
 $b = 16 - 14 = 2$

Ditanyakan:
 Rumus: kursi pada baris ke-20 dan rumus suku barisan ke- n

Jawab: $U_n = a + (n-1) \cdot b$
 $U_{20} = 14 + (20-1) \cdot 2$
 $= 14 + 19 \cdot 2$
 $= 14 + 38$
 $= 52 //$

Gambar 6. Hasil Jawaban LAS 4

Aktivitas 4: Menemukan Rumus Barisan Aritmetika. Dari hasil aktivitas 4 siswa menyelesaikan soal barisan aritmetika yang berhubungan dengan kehidupan nyata. Dapat dilihat pada gambar 6 bahwa siswa mampu menyelesaikan soal dengan benar dari konsep yang sudah ditemukan sebelumnya.

Aktivitas 5

VERIFIKASI

Buatlah sebuah soal cerita yang menerapkan konsep barisan aritmatika dan selesaikanlah dengan menggunakan cara manual dan rumus!

Jawab: 1) Sebuah kemping berisi kerdap 3 kerdap, kerdap ke-2 kerdap 5 kerdap, kerdap ke-3 kerdap 7 kerdap, kerdap ke-4 kerdap 9 kerdap, kerdap ke-5 kerdap 11 kerdap. Jika kerdap 15 kerdap, kerdap ke-15 kerdap pada kerdap ke-15?

Jawab: $U_n = a + (n-1) \cdot b$
 $U_5 = 5 + (15-1) \cdot 2$
 $= 5 + 14 \cdot 2$
 $= 5 + 28$
 $= 33 //$

Gambar 7. Hasil Jawaban LAS 5

Aktivitas 5: Membuktikan Kebenaran Rumus Barisan Aritmetika. Dari hasil jawaban di atas, siswa mampu membuat dan menyelesaikan soal yang berkaitan dalam kehidupan nyata, namun pada jawaban siswa masih kurang dalam membuktikan dengan cara manual, dapat disimpulkan pada aktivitas ini, siswa sudah memahami konsep barisan aritmetika.

Aktivitas 6

KESIMPULAN

Kesimpulan dari materi Barisan Aritmatika adalah ...

Barisan Aritmatika adalah suatu barisan di mana setiap suku setelah suku pertama diperoleh dengan menambahkan suatu bilangan tetap (beda) pada suku sebelumnya. Ciri Barisan Aritmatika yaitu:

1. memiliki beda yang konstan antara setiap dua suku berurutan
2. Dapat diturunkan rumus suku ke- n
3. Dapat diturunkan jumlah n suku pertama

Rumus: $U_n = a + (n-1) \cdot b$

Gambar 8. Hasil Jawaban LAS 6

Aktivitas 6: Menarik Kesimpulan Materi Barisan Aritmetika. Pada aktivitas terakhir ini, siswa menyimpulkan keseluruhan pembelajaran barisan aritmetika yang dipahami, dari gambar di atas dapat dilihat bahwa siswa sudah mampu mendefinisikan, memberikan ciri – ciri yang dipahami. Dari hasil *teaching experiment* didapat bahwa kegiatan pada HLT 1 dilakukan revisi supaya mendapatkan HLT 2 yaitu memperbaiki tahapan dalam menemukan rumus barisan aritmetika.

Pembahasan

Tahap berikutnya, peneliti menganalisis kegiatan belajar pada *teaching experiment*. Dengan membandingkan antara proses belajar pada *preliminary design* dan *teacing experiment*.

Penggunaan *learning trajectory* dalam penelitian ini tidak banyak mengalami kesulitan begitupun dengan siswa mampu menyelesaikan setiap tantangan sesuai dengan hipotesis yang dibuat. Aktivitas pada *learning trajectory* yang dilakukan yaitu mengidentifikasi pola bilangan, menyebutkan suku barisan dan menentukan beda atau selisih, menemukan rumus barisan aritmetika, menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan konsep barisan aritmetika dalam kehidupan nyata.

Kegiatan yang dilakukan siswa, *learning trajectory* secara teori dapat menumbuhkan kemampuan pemahaman konsep matematis siswa menggunakan model pembelajaran *discovery learning* pada materi barisan aritmetika. Menurut Sinambela (Elvadola et al., 2018) sintaks pembelajaran *discovery learning* terdiri dari *stimulation* yang mana siswa diberikan permasalahan yang menimbulkan keingintahuannya, *problem statement* dimana siswa mengenali sebanyak mungkin kejadian dari masalah dengan bahan pembelajaran, *data collection* yang berfungsi untuk membuktikan pernyataan yang ada sehingga siswa mencari dari berbagai informasi untuk menjawab permasalahan, *data processing* yang didapat dari pengumpulan sebelumnya, *verification* benar atau tidak dari pernyataan yang sudah ada sebelumnya, menarik *generalization* yang akan dijadikan prinsip yang mendasar.

Berdasarkan tinjauan dari hasil beberapa penelitian menunjukkan bahwa *learning trajectory* dapat digunakan sebagai pedoman mengajar guru serta memfasilitasi siswa selama proses pembelajaran matematika agar terciptanya aktivitas siswa yang mandiri dan aktivitas ini disusun dalam bentuk kegiatan untuk membantu pemahaman siswa terhadap suatu konsep (Indartiningsih et al., 2024). Hasil yang telah dijabarkan, pemahaman matematis siswa terhadap topik barisan aritmetika mampu dikembangkan dari tahap sederhana ke tahap yang lebih kompleks. Siswa bisa memahami konsep barisan dan deret serta menerapkan dalam kehidupan nyata. Kemudian tahap *retrospective analysis*, HLT terdapat sedikit revisi pada bagian tahapan menemukan rumus ada yang terlewat.

Aktivitas 1: Siswa secara berkelompok berdiskusi mengenai pola bilangan, suku pertama, dan beda pada suatu barisan aritmetika. Tujuan kegiatan ini ialah siswa mampu mengidentifikasi dan menjawab pertanyaan mengenai pola bilangan, suku pertama, dan beda pada barisan aritmetika. Berdasarkan jawaban, siswa sudah mampu memahami dan menyelesaikan kegiatan pada lembar kerja dengan tepat. Aktivitas ini dilakukan dengan cara memberikan stimulus pada siswa untuk mengingat kembali materi pola bilang yang pernah dipelajari waktu SMP. Lalu, siswa menentukan suku dengan diberinya clue bahwa setiap bilangan pada barisan merupakan suku. Kemudian siswa menentukan beda atau selisih dari suku ke suku yang lain, mereka menemukan ternyata barisan aritmetika memiliki beda yang sama. Materi pola bilangan memiliki peran yang penting dalam karena konsep ini akan digunakan pada materi barisan aritmetika dan geometri (Fikri et al., 2022). Maka dari itu, apabila pada aktivitas 1 ini siswa mampu memahami, maka pada konsep selanjutnya siswa dapat dengan mudah menyelesaikan permasalahan yang berhubungan dengan barisan aritmetika.

Aktivitas 2: Siswa diberi aktivitas untuk menjawab pertanyaan mengenai suku pada suatu barisan dengan cara manual, serta guru membimbing siswa untuk menemukan rumus barisan aritmetika. Aktivitas ini bertujuan menemukan rumus barisan aritmetika serta dapat menggunakannya dalam menentukan rumus suku barisan. Saling berkaitan antar aktivitas sebelumnya, siswa diajak untuk menemukan rumus dari data yang sudah didapat sebelumnya mengenai beda dan suku barisan. Disini, siswa diberi kesempatan untuk berpikir logis, pada gambar 4 dengan menggunakan konsep persamaan, siswa mampu menemukan rumus barisan aritmetika. Ketika siswa mampu memahami rumus, maka siswapun dapat menentukan rumus

dari suku ke – n dan beda yang sudah ditentukan. Pada proses penemuan ini, bertujuan juga untuk mengatasi kesulitan yang pernah terjadi pada penelitian yang dilakukan Karim & Novtiar (2021) bahwa siswa terkendala menerapkan rumus suku barisan dari soal cerita, siswa terkendala menuliskan info penting pada soal. Maka dari itu, peneliti mengantisipasi terjadinya hal tersebut dengan mengarahkan siswa paham terlebih dahulu pada konsep dan darimana rumus tersebut diturunkan.

Aktivitas 3: Siswa membuktikan rumus yang sudah mereka temukan, dengan membuat dan menyelesaikan soal penerapan dalam kehidupan sehari – hari. Aktivitas ini bertujuan untuk menerapkan rumus barisan aritmetika dalam permasalahan kehidupan nyata. Selain siswa menyelesaikan permasalahannya, siswa diajak untuk membuat soalnya sendiri yang berkaitan dengan kehidupan nyata. Cara ini dapat mendorong siswa berpikir kreatif dalam menyelesaikan permasalahan dan menambah pemahaman siswa terhadap konsep barisan aritmetika. Terdapat penelitian yang dilakukan oleh Falah et al. (2022) penerapan barisan aritmetika dalam kehidupan nyata amat banyak, bukan hanya dalam kehidupan sehari – hari namun pada aspek kebudayaan juga, salah satunya penerapan dalam kesenian alat musik gamelan. Hal ini dapat menambah pemahaman siswa mengenai materi barisan aritmetika.

Menurut penelitian yang dilakukan Shiddiq & Herman (2024) dalam menyelesaikan tantangan ada beberapa kemungkinan jawaban siswa diantaranya siswa menjawab pertanyaan secara proses salah dan hasil benar. Siswa menjawab pertanyaan secara proses sudah tepat namun hasilnya salah. Siswa menjawab pertanyaan secara proses salah akan tetapi hasilnya tepat. Siswa mengalami kendala dalam menyelesaikan konsep, proses, dan hasil. Sehingga perlu adanya dampingan guru untuk mengarahkan siswa ke arah penyelesaian yang tepat. Adapun bahan ajar yang tepat dapat membantu siswa dalam proses pembelajaran sehingga tujuan pembelajaran dapat tercapai. Secara keseluruhan lintasan belajar materi barisan aritmetika dengan model *discovery learning* dapat digunakan dalam kegiatan pembelajaran. Namun, ada hal yang perlu direvisi yaitu melengkapi tahapan dalam menemukan rumus barisan aritmetika.

KESIMPULAN

Learning trajectory yang didapat merupakan *learning trajectory* hasil dari perbaikan HLT ke 1 dengan menambahkan satu tahapan yang kurang, yang mana tahapan tersebut jika tidak dilengkapi akan membuat siswa bingung untuk menemukan rumus barisan aritmetika. Hasil penelitian ini memuat aktivitas lintasan belajar siswa yang terdiri dari mengidentifikasi pola bilangan, menyebutkan suku barisan dan menentukan beda atau selisih, menemukan rumus barisan aritmetika, menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan konsep barisan aritmetika dalam kehidupan nyata. Maka, dapat disimpulkan bahwa lintasan belajar dengan menggunakan model pembelajaran *discovery learning* pada materi barisan aritmetika bisa membantu siswa memahami topik barisan aritmetika yang meliputi tiga tujuan belajar dan enam kegiatan dengan tahapan pemahaman yang dimiliki siswa.

DAFTAR PUSTAKA

- Annisa, W. N., Nurfitriyanti, M., & Masruroh, A. (2023). Pengaruh kecerdasan intrapersonal terhadap pemahaman konsep matematika. *Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif*, 6(1), 1–9. <https://doi.org/10.22460/jpmi.v6i1.12659>
- Aulia, F. (2020). Peningkatan kemampuan koneksi matematis melalui penerapan model *discovery learning* pada siswa kelas viii SMP. In *Pengembangan Media Gambar Pada Materi Sistem Pencernaan Manusia*.

- Elvadola, C., Lestari, Y. D., & Kurniasih, T. I. (2018). Penggunaan model pembelajaran discovery learning dalam meningkatkan hasil belajar siswa sekolah dasar. *Pedagogia: Jurnal Ilmiah Pendidikan Dan Pembelajaran*, 2(1), 21–28. <https://doi.org/10.52217/pedagogia.v4i1.732>
- FAJRI, Z. (2019). Model pembelajaran discovery learning dalam meningkatkan prestasi belajar siswa SD. *Jurnal IKA PGSD (Ikatan Alumni PGSD) UNARS*, 7(2), 64–73. <https://doi.org/10.36841/pgsdunars.v7i2.478>
- Falah, M. F., Marhayati, M., & Fa'ani, A. M. (2022). Pola barisan aritmatika pada ketukan irama gending lancaran dalam kesenian alat musik gamelan tembung dolanan. *Delta-Pi: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 11(1), 87–102. <https://doi.org/10.33387/dpi.v11i1.4161>
- Fazriansyah, M. F. (2023). Efektivitas model discovery learning terhadap kemampuan komunikasi matematik peserta didik. *Jurnal Ilmiah Matematika Realistik (JI-MR)*, 4(2), 275–283.
- Fikri, M., Arjudin, A., Hikmah, N., & Kurniati, N. (2022). Analisis kesalahan siswa dalam mengoneksikan konsep matematika pada materi pola bilangan kelas viii MTS dakwah islamiyah putra nurul hakim kediri tahun ajaran 2018/2019. *Griya Journal of Mathematics Education and Application*, 2(3), 679–690. <https://doi.org/10.29303/griya.v2i3.184>
- Indartiningsih, D., Sukartiningsih, W., & Mariana, N. (2024). Rencana pembelajaran matematika berdasarkan lintasan belajar menggunakan model pengembangan plomp dan gravemeijer & cobb. *Didaktis: Jurnal Pendidikan Dan Ilmu Pengetahuan*, 24(1), 1–24.
- Karim, R. S. A., & Novtiar, C. (2021). Analisis kesulitan siswa smk kelas x di kota bandung dalam menyelesaikan soal materi barisan dan deret. *Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif*, 4(6), 1465–1472. <https://doi.org/10.22460/jpmi.v4i6.1465-1472>
- Kusuma, J. W., Nur, M., Prabawati, A. T., Zaenuri, Rochmad, & Pujiastuti, E. (2022). Pengaruh model guide discovery learning terhadap kemampuan koneksi matematis siswa SMP materi bangun ruang sisi datar. *Prosiding Seminar Nasional Pascasarjana*, 557–561.
- Marella Devi Shabrina, S. F. (2024). Pengembangan hlt menggunakan pendekatan pmri pada materi barisan dan deret aritmetika menggunakan konteks rumah limasan. *Seminar Nasional Avoer*, 3, 185–197. http://eprints.ukmc.ac.id/1151/1/PROSIDING_SEMINAR_AVoER_9_2017-MARIA_NUR_AENI.pdf
- Meirida, U., Johar, R., & Ahmad, A. (2021). Pengembangan lintasan belajar limas untuk mengembangkan kemampuan spasial siswa melalui pendidikan matematika realistik berbantuan GeoGebra. *PYTHAGORAS Jurnal Pendidikan Matematika*, 16(1), 1–18. <https://doi.org/10.21831/pg.v16i1.36157>
- Ramury, F., Hartono, Y., Ilma, R., & Putri, I. (2015). Pembelajaran pecahan senilai dengan bermain lego. *Didaktik Matematika*, 2(1), 1–10.
- Sekarsari, F. D. F. P., Wicaksono, A. G., & Sarafuddin. (2023). Analisis model pembelajaran discovery learning pada pembelajaran matematika sekolah dasar. *Journal of Educational Learning and Innovation (ELIa)*, 3(1), 213–225. <https://doi.org/10.46229/elia.v3i1.648>
- Shiddiq, N. F., & Herman, T. (2024). Analisis learning obstacle siswa kelas xi pada materi barisan dan deret. *Mathema: Jurnal Pendidikan Matematika*, 6(1), 37–46.
- Simamora, N. I. (2021). Pengembangan lintasan belajar pokok bahasan segitiga dengan pendekatan pendidikan matematika realistik kelas VII di MTS negeri 1 padang Sidempuan. *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Sultan Agung 2 (Sendiksa 2)*, 12, 49–58.
- Wulandari, S. P. (2016). Menciptakan kemandirian belajar siswa melalui pembelajaran berbasis discovery learning dengan assessment for learning. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika*, 226–232.