

ANALISIS SEMIOTIK: *REPRESENTAMEN* SISWA DALAM MENYELESAIKAN OPERASI BILANGAN BULAT

Hersiyati Palayukan¹, Suri Toding Lembang², Adriana Galla Situru³, Septin Dwi Rapa⁴,
Heri⁵

^{1,2,3,4,5} Universitas Kristen Indonesia Toraja, Jl. Nusantara, Tana Toraja, Indonesia

¹ hersiyati@ukitoraja.ac.id, ²surikaritutu@gmail.com, ³adrianag@gmail.com, ⁴septind@gmail.com,
⁵heri@gmail.com

ARTICLE INFO

Article History

Received May 23, 2023

Revised Jul 27, 2023

Accepted Aug 14, 2023

Keywords:

Integers;

Representamen;

Semiotics

ABSTRACT

The purpose of this research is to investigate and describe student representation in solving integer operations. The research method used is descriptive qualitative research method. The subjects in this study were 15 of 31 junior high school students. Each of them is 9 Iconic Subjects (SI), namely subjects whose settlements use Iconic Representations and 6 Symbolic Subjects (SS), namely subjects whose settlements use Symbolic Representations. This study found that there are two types of Representamen in students' semiotic processes in solving Integer problems, namely types of iconic Representamen and symbolic Representamen. Iconic representation types are sign types that have a similar relationship with the object they represent, while symbolic representation types have a convention or rule relationship with the object they represent.

Corresponding Author:

Hersiyati Palayukan,
Universitas Kristen Indonesia
Toraja
Tana Toraja, Indonesia
hersiyati@ukitoraja.ac.id

Tujuan penelitian ini adalah untuk menyelidiki dan mendeskripsikan *Representamen* siswa dalam menyelesaikan soal operasi Bilangan Bulat. Metode penelitian yang digunakan adalah metode penelitian kualitatif deskriptif. Subjek dalam penelitian ini adalah 15 dari 31 siswa Sekolah Menengah Pertama. Masing-masing adalah 9 orang subjek Ikonik (SI) yaitu subjek yang dalam penyelesaiannya menggunakan *Representamen* Ikonik dan 6 Subjek Simbolik (SS) yaitu subjek yang dalam penyelesaiannya menggunakan *Representamen Simbolik*. Penelitian ini menemukan bahwa terdapat dua tipe *Representamen* pada proses semiotic siswa dalam menyelesaikan masalah Bilangan Bulat yaitu tipe *Representamen* iconic dan *Representamen* simbolik. Tipe *Representamen* iconic merupakan tipe tanda yang memiliki hubungan kemiripan dengan object yang diwakilinya sedangkan *Representamen* simbolik tipe tanda yang memiliki hubungan konvensi atau aturan dengan object yang diwakilinya.

How to cite:

Palayukan, H., Lembang, S. T., Situru, A. G., Rapa, S. D., & Heri, H. (2023). Analisis semiotik: *representamen* siswa dalam menyelesaikan operasi bilangan bulat. *JPPI – Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif*, 6 (4), 1699-1708.

PENDAHULUAN

Semiotik menjadi salah satu kajian yang bahkan menjadi tradisi dalam teori komunikasi. Semiotika mempelajari sistem-sistem, aturan-aturan, konvensi-konvensi yang memungkinkan tanda-tanda tersebut mempunyai makna. Oleh karena itu semiotika bertujuan untuk mengetahui

makna-makna yang terkandung dalam sebuah tanda. Proses pemaknaan terhadap tanda ini menurut teori tanda Charles Sanders Peirce disebut semiosis. Semiosis sebagai suatu proses pengonstruksian makna terhadap suatu tanda dan merupakan proses yang sangat terkait dengan pendidikan matematika. Dalam hal ini hubungan (signifikansi) antara semiosis dan matematika terletak pada tanda dan penggunaannya dalam setiap cabang matematika. Objek-objek dalam matematika membutuhkan kendaraan tanda sebagai representasi untuk mewakili objek tersebut agar dapat dipahami atau dimaknai. Oleh karena itu semiotika memiliki potensi sebagai lensa teoritis yang kuat dalam menyelidiki beragam topik dalam penelitian pendidikan matematika (Presmeg et al., 2016).

Penelitian tentang semiotika yang menggunakan prinsip tanda semiotika Peirce dan melibatkan komponen semiosis seperti, Miller (2015) yang menemukan bahwa tanda dalam pembelajaran membantu siswa dalam menentukan cara mengidentifikasi serta menghitung pertumbuhan pola. Di sisi lain, komponen triadic berfungsi sebagai alat dalam mengungkap pemahaman konseptual siswa tentang tanda pada grafik fungsi (Mudaly, 2014). Selain itu, analisis semiotik pada pembelajaran konsep geometri, Daher (2014) menunjukkan bahwa siswa terlibat dalam aktivitas semiotik yakni manipulatif, diskusi dan situasi masalah. Masih dalam topik yang sama, Alshwaikh (2010) mengembangkan kerangka analisis semiotik yang dapat digunakan sebagai alat untuk menganalisis jenis makna diagram geometri dalam wacana matematis. Senada dengan itu melalui proses semiotik, Palayukan et al., (2020) menemukan pembentukan makna dan pemahaman siswa terkait geometri tergantung pada struktur semiotik yang termuat pada diagram geometri. Penelitian-penelitian yang fokus pada triadic Peirce tersebut masih didominasi oleh topik geometri (selain grafik fungsi dan pertumbuhan pola), sedangkan dalam matematika konsep bilangan merupakan topik yang juga melibatkan tanda dan membutuhkan perhatian mendalam tentang pemahaman konsepnya.

Matematika merupakan ilmu yang sangat erat kaitannya dengan tanda atau yang lebih dikenal dengan simbol. Pada konsep bilangan danoerasinya misalnya simbol "+" digunakan untuk menunjukkan operasi penjumlahan, simbol "-" digunakan untuk operasi pengurangan, simbol " \times " atau "*" digunakan untuk operasi perkalian, dan simbol " \div " atau "/" digunakan untuk operasi pembagian. Misalnya, dalam ekspresi matematika $4 + 3 = 7$, tanda tambah (+) digunakan untuk menunjukkan penjumlahan antara angka 4 dan 3, dan hasilnya adalah 7.

Pemahaman konsep terhadap materi matematika sangat tergantung pada representasi dan interpretasi terhadap tanda (Mudaly, 2014). Salah satunya adalah bilangan bulat. Materi-materi dalam bilangan bulat memuat tanda dan pemahaman serta penguasaan konsepnya tergantung pada interpretasi terhadap tanda yang terlibat di dalamnya (Bofferding, 2014). Dalam konsep bilangan bulat, semiosis atau penggunaan tanda juga memiliki peran yang signifikan. Bilangan bulat mencakup bilangan positif, nol, dan bilangan negatif, dan tanda-tanda matematika digunakan untuk merepresentasikan dan memanipulasi bilangan-bilangan ini. Pertama-tama, dalam bilangan bulat, tanda plus (+) digunakan untuk mewakili bilangan positif. Misalnya, +5 adalah representasi dari bilangan lima yang positif. Tanda plus menunjukkan bahwa bilangan tersebut berada di sisi positif pada garis bilangan. Selanjutnya, tanda minus (-) digunakan untuk mewakili bilangan negatif. Misalnya, -3 adalah representasi dari bilangan tiga yang negatif. Tanda minus menunjukkan bahwa bilangan tersebut berada di sisi negatif pada garis bilangan.

Selain itu anda tambah (+) dan kurang (-) juga digunakan dalam operasi matematika untuk menambahkan atau mengurangi bilangan. Misalnya, dalam operasi $2 + 3$, tanda tambah digunakan untuk menggabungkan bilangan dua dan tiga menjadi lima. Sedangkan dalam

operasi $7 - 4$, tanda kurang digunakan untuk mengurangi bilangan tujuh dengan empat, menghasilkan tiga. Selanjutnya, tanda kurung $()$ sering digunakan dalam konsep bilangan bulat untuk mengindikasikan prioritas operasi. Misalnya, dalam ekspresi $3 + (4 - 2)$, tanda kurung menunjukkan bahwa operasi pengurangan $(4 - 2)$ harus dilakukan terlebih dahulu sebelum penambahan dilakukan. Hal ini memastikan bahwa aturan operasi matematika diikuti dengan benar. Selain tanda-tanda tersebut, ada juga notasi khusus dalam bilangan bulat seperti garis bilangan, yang digunakan untuk menggambarkan urutan bilangan bulat pada sumbu bilangan. Garis bilangan memudahkan dalam memvisualisasikan hubungan antara bilangan positif dan negatif serta operasi matematika seperti penjumlahan dan pengurangan (Bofferding et al., 2015; Teppo & van den Heuvel-Panhuizen, 2014; Yilmaz et al., 2019)

Interpretasi yang tepat terhadap tanda akan membawa pemahaman yang mendalam bagi siswa. Namun pada kenyataannya siswa masih mengalami kesulitan dalam memahami tanda pada bilangan bulat (Bishop et al., 2014): misalnya pada tanda negatif atau positif (Vlassis, 2008); (Bofferding, 2014), tanda dalam relasi urutan bilangan (Schindler et al., 2017); (Bishop et al., 2014), tanda operasi (Eichhorn et al., 2018); (Bofferding, 2011), serta tanda dalam representasi. Kesulitan memahami tanda ini berdampak pada tidak tepatnya pemahaman siswa tentang konsep bilangan bulat dan tentu akan mempengaruhi kinerja siswa dalam proses penyelesaian masalah yang berakibat terjadinya kesalahan (Khalid & Embong, 2019).

Dalam konteks pendidikan matematika, semiotika dapat membantu memahami bagaimana tanda-tanda ini digunakan untuk mengajarkan dan mempelajari konsep bilangan bulat. Melalui pemahaman semiotika, kita dapat mengidentifikasi cara yang efektif untuk mengajar konsep bilangan bulat, menggunakan representasi visual, manipulatif, atau simbolik yang tepat, serta memahami kesalahan umum yang terkait dengan interpretasi tanda-tanda dalam Bilangan Bulat. Dalam upaya memperluas studi tentang bilangan bulat, penelitian ini mengadopsi pendekatan semiotika Peirce yang dikenal sebagai Triadic (*Representamen*, *Object*, *Interpretant*) sebagai alat analisis yang digunakan untuk mencapai tujuan penelitian ini.

Pendekatan semiotika Peirce, yang berdasarkan konsep Triadic, memberikan kerangka teoritis yang kuat untuk memahami bagaimana tanda-tanda matematika digunakan dalam konteks bilangan bulat (Presmeg et al., 2016). *Representamen*, yang merupakan elemen pertama dalam pendekatan ini, mengacu pada tanda atau simbol yang digunakan untuk merepresentasikan konsep bilangan bulat. Contohnya, dalam bilangan bulat, simbol-simbol matematika seperti angka, operasi matematika, atau notasi khusus seperti garis bilangan, dapat menjadi *Representamen*. *Object*, yang merupakan elemen kedua, merujuk pada konsep bilangan bulat itu sendiri dan hubungan matematika yang terkait. Konsep bilangan bulat melibatkan angka positif, nol, dan negatif, serta operasi matematika seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian di dalamnya. Objek-objek ini merupakan fokus utama penelitian ini. *Interpretant*, yang merupakan elemen ketiga, mencerminkan pemahaman atau makna yang dihasilkan oleh interpretasi *Representamen* terhadap *Object*. Dalam konteks penelitian ini, interpretant dapat merujuk pada pemahaman yang diperoleh tentang konsep bilangan bulat melalui penggunaan tanda-tanda matematika dan hubungannya dengan objek yang direpresentasikan.

Dengan menerapkan pendekatan semiotika Peirce yang melibatkan konsep Triadic, penelitian ini bertujuan untuk menggali lebih dalam tentang peran tanda-tanda matematika dalam pembentukan dan pengembangan pemahaman tentang bilangan bulat. Pendekatan ini memungkinkan peneliti untuk menganalisis representasi, konsep, dan pemahaman matematika

melalui lensa semiotika, dengan harapan memberikan wawasan baru dalam studi tentang bilangan bulat dan pendidikan matematika secara umum.

METODE

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif dengan menggunakan pendekatan kualitatif. Dengan menggunakan perspektif semiotik, penelitian ini berusaha mendeskripsikan *Representamen* pada proses semiotik siswa dalam menyelesaikan soal bilangan bulat. Subjek dalam penelitian ini adalah 15 dari 31 siswa Sekolah Menengah Pertama (SMP) kelas VII di SMP Kristen Makale yang sedang ataupun telah mempelajari materi bilangan bulat. Siswa yang menjadi subjek adalah yang menjawab tes dengan Benar dan lengkap dengan *Representamennya*. Kemudian dikelompokkan dan diperoleh masing-masing adalah 9 orang subjek Ikonik (SI) yaitu subjek yang dalam penyelesaiannya menggunakan *Representamen Ikonik* dan 6 Subjek Simbolik (SS) yaitu subjek yang dalam penyelesaiannya menggunakan *Representamen Simbolik*.

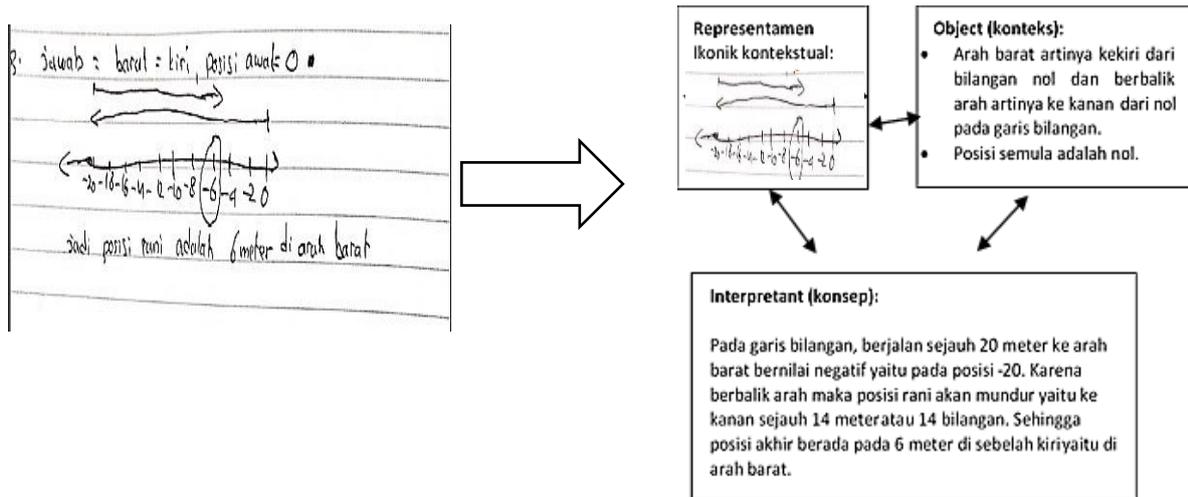
Instrumen utama dalam penelitian ini adalah peneliti, dan Instrumen pendukung adalah Instrumen tes yaitu masalah Operasi bilangan bulat dan pedoman wawancara yang digunakan dalam penelusuran data yakni dengan penggabungan wawancara terstruktur dan wawancara tak terstruktur. Pertanyaan dalam pedoman wawancara disesuaikan dengan komponen Triadic Peirce. Proses pengumpulan data dilakukan melalui pemberian tes terhadap calon subjek. Jawaban responden dikelompokkan berdasarkan konsistensi *Representamen* dan selanjutnya dilakukan wawancara secara individual kepada subjek terpilih untuk mengungkap *Representamen* dalam menyelesaikan tes yang diberikan. Selanjutnya dilakukan triangulasi metode dengan membandingkan data yang diperoleh dari hasil tes dan hasil wawancara.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil

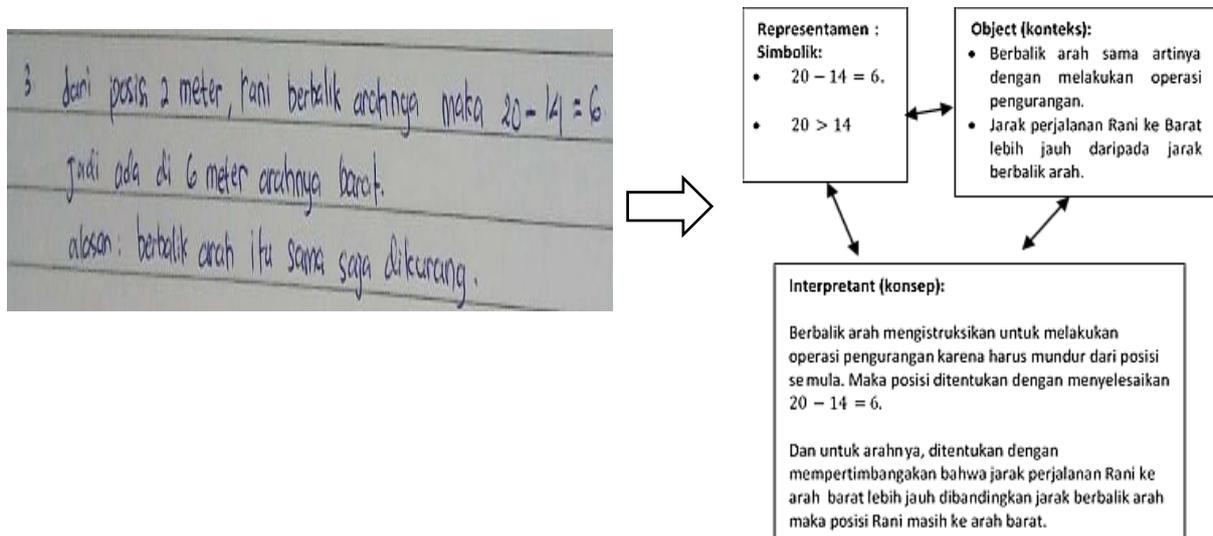
Berdasarkan hasil analisis jawaban Subjek, diperoleh dua tipe *Representamen* yaitu Ikonik dan simbolik. Subjek Ikonik (SI) sebanyak 9 subjek dan subjek simbolik (SS) sebanyak 6 subjek. Masing-masing subjek terpilih berdasarkan konsistensi dalam jawaban terhadap instrument tes yang diberikan. SI merupakan subjek yang konsisten menggunakan *Representamen* ikonik yaitu tipe tanda yang memiliki hubungan kemiripan dengan dengan object yang diwakilinya sedangkan SS merupakan subjek yang konsisten menggunakan *Representamen* simbolik yaitu tipe tanda yang memiliki hubungan konvensi atau aturan dengan dengan object yang diwakilinya cenderung berupa symbol-simbol.

Subjek Ikonik terdiri dari Subjek A1, A2, A3, A4, A6, A7, A10, A11, A12 memiliki kecenderungan yang sama yakni dalam setiap jawaban selalu menggunakan *Representamen* tipe tanda yang memiliki hubungan kemiripan dengan dengan object yang diwakilinya. Pada masalah yang diberikan, menurut SI arah barat artinya ke kiri dari bilangan nol dan berbalik arah artinya ke kanan dari nol pada garis bilangan. Posisi semula adalah nol. Pada garis bilangan, berjalan sejauh 20 meter ke arah barat bernilai negatif yaitu -20. Karena berbalik arah maka posisi Yola akan mundur yaitu ke kanan sejauh 14 meter yaitu 14 bilangan. Sehingga posisi akhir berada pada 6 meter di sebelah kiri yaitu di arah barat.



Gambar 1. Analisis Semiosis pada Subjek tipe *Representamen Ikonik*

Subjek Simbolik terdiri dari Subjek A5, A8, A9, A13, A14, A15, memiliki kecenderungan yang sama. Pada masalah yang diberikan, berbalik arah sama artinya dengan melakukan operasi pengurangan. Jarak perjalanan Yola ke Barat lebih jauh daripada jarak berbalik arah. Berbalik arah menginstruksikan untuk melakukan operasi pengurangan karena harus mundur dari posisi semula. Maka posisi ditentukan dengan menyelesaikan $20 - 14 = 6$. Dan untuk arahnya, ditentukan dengan mempertimbangkan bahwa jarak perjalanan Yola ke arah barat lebih jauh dibandingkan jarak berbalik arah maka posisi Rani masih ke arah barat.



Gambar 2. Analisis Semiosis pada Subjek tipe *Representamen Simbolik*

Pembahasan

Subjek SI konsisten menggunakan Representamen ikonik. Adapun tahapan koneksi semiosis Subjek SS sesuai dengan koneksi semiosis oleh (Palayukan et al., 2022). Setelah mengamati masalah sebagai *Representamen* awal, yang pertama dipikirkan oleh SI adalah model visual (object) tentang apa yang dibahas dalam soal tersebut, kemudian menghubungkan arah pada masalah dengan garis bilangan (interpretant), pada tahap ini terjadi interpretant langsung. Kemudian SI mewujudkan tanda (yang sebelumnya masih berupa object pikiran) menjadi sebuah tanda (*Representamen*) baru sesuai konteks pada masalah. Pada tahap ini, SI memproduksi tanda berupa garis bilangan horizontal, sebagai ikonik pada kasus arah (Gambar

1). Selanjutnya untuk memperoleh interpretant SI menghubungkan *Representamen* dengan object yang bersesuaian. Berdasarkan *Representamen* yang dibuat tersebut, S1 melakukan konfirmasi dengan menghubungkan *Representamen* (tanda) “+” dengan object “sebelah kanan” atau “posisi berbalik arah” dan *Representamen* (tanda) “-“ dengan object “sebelah kiri” atau “posisi arah barat”. Setelah memperoleh interpretant sementara melalui koneksi yang dibuat sebelumnya, S1 melakukan refleksi dengan menghubungkan semua *Representamen* yang telah dibuat dari awal dengan object untuk sampai pada interpretant akhir. Tujuannya adalah untuk meyakinkan jawaban yang diperolehnya.

Berikut kutipan hasil wawancara terkait pemaknaan SI (R: peneliti dan SI: subjek Ikonik):

R: Ok. Sekarang coba perhatikan soal yang diberikan. Apa langkah awal yang anda lakukan atau mungkin pikirkan ketika akan mengerjakan soal tersebut?

SI: ketika saya baca soalnya, saya langsung ingat dengan garis bilangan yang pernah saya pelajari sebelumnya bu.

R: Kenapa garis bilangan? Coba dijelaskan pada ibu!

SI: Kan begini bu: itu kan arahnya, jadi supaya saya bisa menentukan ya saya pake garis bilangan ini bu (sambil menunjuk hasil pekerjaan).

R: owh begitu. Lalu maksudnya garis bilangan itu bagaimana ya (menunjuk garis bilangan yang dibuat siswa pada setiap nomor soal)?

SI: hmmm...yang ini barat kan ke kiri(menunjuk ke Barat).

R: lalu untuk menemukan hasilnya bagaimana?

SI: sebenarnya saya bingung bu..

R: bingung?? Mmmm... tapi ini kemarin bisa jawab, yang dipikirkan bagaimana?

SI: iya bu.. Ehmm maksudnya saya sesuaikan ini posisinya bu.

R: jadi ini yang jawaban akhirnya?

SI: Kalau sudah begini berarti sudah cocok bu (menunjuk jawaban akhir), jadi garis bilangan ini kekiri kan negatif, jadi lebih kecil dari yang kanan ini bu, yang positif. Yang saya ingat, kiri ke kanan semakin besar bu.

Subjek SS konsisten menggunakan *Representamen* simbolik pada setiap penyelesaian. Adapun tahapan koneksi semiosis Subjek SS sesuai dengan koneksi semiosis oleh (Palayukan et al., 2022). Dengan mengamati masalah sebagai *Representamen* awal, yang dipikirkan pertama kali adalah nilai bilangan dan operasi bilangan (*Object*). Selanjutnya SS menghubungkan arah dengan simbol nilai bilangan (positif atau negatif) dan operasi. Ini merupakan proses memperoleh interpretant langsung. Tahap berikutnya SS mewujudkan tanda (yang sebelumnya masih berupa *object-object* pikiran) menjadi sebuah tanda (*Representamen*) baru sesuai masalah. Berdasarkan *Representamen* yang telah dibuat, untuk memperoleh interpretant SS menghubungkan *Representamen* dengan *Object* yang bersesuaian. SS melakukan konfirmasi dengan menghubungkan *Representamen* (tanda) “berbalik arah“ dengan *Object* “operasi pengurangan”. Setelah memperoleh interpretant sementara melalui koneksi yang dibuat sebelumnya, SS melakukan refleksi untuk meyakinkan jawaban yang diperolehnya dengan menghubungkan semua *Representamen* yang telah dibuat dari awal dengan *Object* untuk sampai pada interpretant akhir. Berikut kutipan hasil wawancara terkait pemaknaan SS (R: peneliti dan SS: subjek Simbolik):

R: Ok. Sekarang coba perhatikan soal yang diberikan. Apa langkah awal yang anda lakukan atau mungkin pikirkan ketika akan mengerjakan soal tersebut?

SS: dari soalnya, yang saya perhatikan itu tanda negatif sama bilangannya bu.

R: memangnya kenapa tanda ini (menunjuk tanda -)? Coba dijelaskan pada ibu!

SS: nantinya akan beda bu klo ada tanda negatif sama tidak.

R: selanjutnya bagaimana?

- SS: yang ini kan posisi yang ditanya bu, dan ada kata berbalik arah jadi harus dikurang bu.
 R: kenapa harus dikurang?
 SS: ini dari dia 20 meter eh yang ini (menunjuk jawabannya yang tertulis 2) bukan 2 bu harusnya 20. Karena berbalik berarti kembali kebelakang, jadi otomatis dikurang. Jadi jawabannya 6 bu.
 R: jadi anda yakin dengan jawaban anda?
 SS: iya bu, setelah saya lihat kembali sudah pas bu (menunjuk semua jawabannya) dengan yang diminta disoal.

Dalam proses penyelesaian masalah, SI dan SS menginterpretasikan *Representamen* awal (R awal) yakni masalah dengan pemaknaan yang berbeda. SI konsisten menggunakan representasi ikonik (kontekstual maupun abstrak), dan SS konsisten menggunakan representasi simbolik. Ketika menemukan konsep-konsep baru, siswa akan mencoba menerapkan pengetahuan mereka sebelumnya dalam upaya untuk memahami pengetahuan atau informasi baru tersebut (Subanji & Nusantara, 2016). Khususnya dalam pengenalan bilangan bulat dan operasinya (Bofferding, 2011, 2014; Bofferding & Wessman-Enzinger, 2017). Siswa yang baru diperkenalkan dengan bilangan bulat, dapat menginterpretasikan tanda yang mereka temui dengan berbagai cara (representasi) (Palayukan et al., 2022). Representasi digunakan untuk menjelaskan, mendeskripsikan, dan mengembangkan ide matematika bahkan menyelesaikan masalah (Bossé et al., 2016). Demikian halnya dengan SI dan SS, ketika menyelesaikan masalah kedua subjek menggunakan representasi yang berbeda. SI menggunakan representasi berupa gambar/visual (garis bilangan) yang masing-masing disesuaikan dengan konteks yang terdapat dalam masalah. Representasi seperti ini menurut teori Peirce merupakan *Representamen* ikonik yaitu tanda yang mirip dengan dengan *Object* yang diwakilinya. Selain itu, jenis representasi yang ditemukan dalam studi ini adalah representasi berupa simbol yang dibuat oleh S2. Dalam hal ini S2 menggunakan simbol dalam proses pencarian kebenaran matematika (Kurniati & As' ari, 2018). *Representamen* ini dilihat sebagai *Representamen* simbolik, karena dihadirkan tanpa gambar/visual pendukung.

KESIMPULAN

Hasil penelitian ini menggambarkan bahwa matematika dan tanda terlibat dalam suatu hubungan yaitu makna. Hubungan makna dalam bilangan bulat tergantung pada tanda-tanda, baik tanda yang diamati, maupun tanda yang diproduksi oleh siswa. Pengetahuan tersebut dimediasi antara konteks tanda dan referensi/objek. Bentuk tanda-tanda dalam studi ini menjadi nampak ketika misalnya siswa menulis, menggambar, membaca, dan menunjukkan. Penelitian ini juga menemukan bahwa terdapat dua tipe *Representamen* pada proses semiotic siswa dalam menyelesaikan masalah yaitu tipe *Representamen* Ikonik dan *Representamen* simbolik. Tipe *Representamen* Ikonik merupakan tipe tanda yang memiliki hubungan kemiripan dengan dengan *Object* yang diwakilinya sedangkan *Representamen* simbolik tipe tanda yang memiliki hubungan konvensi atau aturan dengan dengan *Object* yang diwakilinya. Hasil studi ini nantinya diharapkan dapat menjadi acuan bagi para pengajar dalam membelajarkan materi bilangan bulat yang sampai saat ini masih merupakan salah satu materi yang sulit untuk dipahami oleh peserta didik. Selain itu, penelitian lanjutan diharapkan dapat menyelidiki lebih lanjut terkait komponen Triadic lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

Alshwaikh, J. (2010). Geometrical diagrams as representation and communication: A

- functional analytic framework. *Research in Mathematics Education*, 12(1). <https://doi.org/10.1080/14794800903569881>
- Bishop, J. P., Lisa, L. L., Randolph, A. P., Lan, W., Bonnie, P. S., & Melinda, L. L. (2014). Obstacles and affordances for integer reasoning: An analysis of children's thinking and the history of mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 45(1), 19–61. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.45.1.0019>
- Bofferding, L. (2012). Transitioning from whole numbers to integers. North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.
- Bofferding, L. (2014). Negative integer understanding: Characterizing first graders' mental models. *Journal for Research in Mathematics Education*, 45(2), 194–245. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.45.2.0194>
- Bofferding, L., Hoffman, A., Suazo, E., & Lisy, N. (2015). Number line estimation with negatives. *Proceedings of the 37th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.*, 133–140.
- Bofferding, L., & Wessman-Enzinger, N. (2017). Subtraction involving negative numbers: Connecting to whole number reasoning. *Mathematics Enthusiast*, 14(1–3), 241–262.
- Bossé, M., Lynch-Davis, K., Adu-Gyamfi, K., & Chandler, K. (2016). Using integer manipulatives: representational determinism. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 17(3).
- Daher, W. M. (2014). Manipulatives and problem situations as escalators for students' geometric understanding: a semiotic analysis. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 45(3). <https://doi.org/10.1080/0020739X.2013.837527>
- Eichhorn, M. S., Perry, L. E., & Brombacher, A. (2018). Students' early grade understanding of the equal sign and non-standard equations in Jordan and India. *International Journal of Research in Education and Science*, 4(2), 655–669. <https://doi.org/10.21890/ijres.432520>
- Khalid, M., & Embong, Z. (2019). Sources and possible causes of errors and misconceptions in operations of integers. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(2), em0568.
- Kurniati, D., & As' ari, A. R. (2018). Exploring the mental structure and mechanism: how the style of truth-seekers in mathematical problem-solving?. *Journal on Mathematics Education*, 9(2), 311–326.
- Miller, J. (2015). Young indigenous students' engagement with growing pattern tasks: a semiotic perspective. *Mathematics Education Research Group of Australasia*.
- Mudaly, V. (2014). A visualisation-based semiotic analysis of learners' conceptual understanding of graphical functional relationships. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 18(1), 3–13. <https://doi.org/10.1080/10288457.2014.889789>
- Palayukan, H., & Purwanto, S. (2022). Semiotics in integers: how can the semiosis connections occur in problem solving? *Webology*, 19(2), 98–111.
- Palayukan, H., Purwanto, Subanji, & Sisworo. (2020). Student's semiotics in solving problems geometric diagram viewed from peirce perspective. *AIP Conference Proceedings*, 2215, 060020. <https://doi.org/10.1063/5.0000719>
- Presmeg, N., Radford, L., Roth, W.-M., & Kadunz, G. (2016). *Semiotics in mathematics education ICME-13 Topical Surveys*. <http://www.springer.com/series/14352>
- Schindler, M., Hußmann, S., Nilsson, P., & Bakker, A. (2017). Sixth-grade students' reasoning on the order relation of integers as influenced by prior experience: an inferentialist analysis. *Mathematics Education Research Journal*, 29(4), 471–492. <https://doi.org/10.1007/s13394-017-0202-x>

- Subanji, S., & Nusantara, T. (2016). Thinking process of pseudo construction in mathematics concepts. *International Education Studies*, 9(2), 17. <https://doi.org/10.5539/ies.v9n2p17>
- Teppo, A., & van den Heuvel-Panhuizen, M. (2014). Visual representations as objects of analysis: The number line as an example. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 46(1), 45–58. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0518-2>
- Vlassis, J. (2008). The role of mathematical symbols in the development of number conceptualization: The case of the minus sign. *Philosophical Psychology*, 21(4), 555–570. <https://doi.org/10.1080/09515080802285552>
- Yilmaz, A., Akyuz, D., & Stephan, M. (2019). Middle grade students' evoked concept images of number line models and their calculation strategies with integers using these models. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 7(1), 93–115. <https://doi.org/10.18404/ijemst.509292>.

