

KONSTRUKSI MAKNA PADA SIMBOL MATEMATIKA DALAM PERSPEKTIF SEMIOTIKA

Hersiyati Palayukan¹, Inelsi Palengka²

^{1,2} Universitas Kristen Indonesia Toraja, Jl. Jenderal Sudirman No.9, Tana Toraja, Indonesia

¹ hersiyati@ukitoraja.ac.id, ² inelsipalengka@ukitoraja.ac.id

ARTICLE INFO

Article History

Received Mar 13, 2024

Revised Aug 7, 2024

Accepted Sep 5, 2024

Keywords:

Meaning Construction;

Semiotics;

Symbol

ABSTRACT

The Semiotic process (construction of sign meaning) is very closely related to mathematics which consists of signs or symbols. This research aims to explore students' semiotic processes in constructing the meaning of symbols in whole numbers. This research is a qualitative descriptive research using a semiotic approach. The subjects in this research were selected using purposive sampling (purposeful sampling). The subjects in this research were 32 elementary school students. Based on this research, 5 types of semiotic construction patterns were obtained with each subject grouped based on its semiotic construction, namely 1) strong semiotic construction, 2) weak semiosis construction, 3) True-False semiotic construction, 4) False-True semiotic construction, and 5) False-False semiotic construction. The semiosis construction process is a determining factor in students understanding the signs of operations in integers.

Corresponding Author:

Hersiyati Palayukan,

Universitas Kristen Indonesia

Tana Toraja, Indonesia

hersiyati@ukitoraja.ac.id

Proses Semiotik (konstruksi makna tanda) sangat erat kaitannya dengan matematika yang terdiri dari tanda-tanda atau simbol. Penelitian ini bertujuan untuk mengeksplorasi proses semiotik siswa dalam mengkonstruksi makna simbol pada bilangan bulat. Penelitian ini menggunakan pendekatan studi kasus kualitatif dengan metode deskriptif, di mana data dikumpulkan melalui tes tertulis dan wawancara mendalam. Subjek penelitian dipilih secara purposive sampling, melibatkan 5 siswa dari 32 siswa di SD 3 Kesu⁷, Tana Toraja. Analisis data dilakukan melalui langkah-langkah reduksi, penyajian data, dan penarikan kesimpulan berdasarkan tiga komponen utama semiotik Peirce: representamen, objek, dan interpretant. Berdasarkan penelitian ini diperoleh 5 jenis pola konstruksi semiosis dengan masing-masing subjek dikelompokkan berdasarkan konstruksi semiosisnya, yaitu 1) konstruksi semiosis kuat, 2) konstruksi semiosis lemah, 3) konstruksi semiosis Benar-Salah, 4) konstruksi semiosis Salah-Benar, dan 5) konstruksi semiosis Salah-Salah. Temuan ini menunjukkan bahwa konstruksi semiosis berperan penting dalam pemahaman siswa terhadap simbol matematika, dan implikasinya adalah perlunya penguatan pemahaman simbol dalam pembelajaran bilangan bulat.

How to cite:

Palayukan, H., & Palengka, I. (2024). Konstruksi makna pada simbol matematika dalam perspektif semiotika. *JPMI – Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif*, 7(5), 791-800.

PENDAHULUAN

Matematika terdiri dari tanda-tanda yang lebih dikenal dengan simbol. Simbol tersebut sangat padat arti dan bersifat internasional. Artinya, representasi dari simbol-simbol matematika memuat makna tertentu dan merupakan suatu konvensi atau kesepakatan yang di terima secara

luas. Ada beberapa klasifikasi simbol seperti, angka sebagai simbol penomoran: Hindu-Arab (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9) atau Romawi (I,V,X,D,C,L dan M); operator aritmatika (+,-,×,÷,√,/,;!,*); komparatif: simbol yang digunakan untuk menunjukkan persamaan dan ketidaksetaraan dan hubungan lain (=,<,>,<=,>=,≈,∞,⊂); simbol pengelompokan ((),{ },[]); pronomeral yang bisa berupa variabel, tidak diketahui, atau parameter; mereka dapat diwakili oleh simbol apa pun, tetapi paling umum dengan bentuk huruf besar dan kecil dari 26 huruf alfabet (dicetak miring) dan 24 huruf-huruf alfabet Yunani {m (gradien), r (jari-jari), m (massa)}; simbol geometris (Δ , \perp); bentuk singkat yang dapat berupa singkatan atau simbol, yang dapat dibagi lagi menjadi matematika (% , ∙, ∞, f (), ±, ∫, ∃, ∅, ∇); unit pengukuran, di mana huruf apa pun yang digunakan tidak dicetak miring (\$, ¢, km, cm, L, g, mL, ° C, s, h); dan penggunaan umum (3D, N, S, E, W, am, pm) (Quinnell & Carter, 2012)

Simbol memiliki peranan yang sangat penting dalam matematika. Seperti yang ditemukan Torigoe & Gladding (2011) bahwa kinerja siswa sangat berkorelasi dengan pemahaman tentang simbol. Hal ini sesuai dengan Quinnell & Carter (2012) mengungkapkan bahwa bagi siswa untuk berpikir secara matematis dengan tidak adanya simbol, komunikasi tertulis dari ide-ide matematika tidak dapat dicapai secara ringkas tanpa menggunakan simbol matematika. Oleh karena itu, untuk dapat menggunakan simbol, seseorang tidak cukup hanya mengenalinya dalam teks, tetapi juga harus memilih penafsiran yang benar dan sesuai dengan konteksnya. Suatu simbol yang sama dapat memuat makna yang berbeda dalam konteks yang berbeda, sehingga berdampak pada interpretasi yang berbeda bagi siswa.

Menurut pandangan Konstruktivis pengetahuan siswa merupakan bentukan (konstruksi) dari siswa itu sendiri (Ibda, 2015). Artinya terbentuknya pengetahuan terjadi ketika siswa melakukan proses konstruksi dalam pikiran secara aktif (Cobb, 1988). Pengetahuan tersebut dibangun berdasarkan pengetahuan awal atau struktur kognitif yang telah dimiliki sebelumnya (Ausubel et al., 1978). Menurut (Eichhorn et al., 2018), banyak siswa di dunia dihadapkan pada gaya mengajar hafalan dalam matematika yang menekankan pada menghafal prosedur, sehingga siswa lebih cenderung memiliki mental hafalan terhadap suatu konsep matematika. Dalam pembelajaran, yang diharapkan adalah bagaimana siswa mampu mengonstruksi pengetahuan dalam mempelajari konsep-konsep matematika, bukannya menghafalkan prosedur penyelesaian. Walaupun hafalan juga merupakan suatu “konstruksi yang lemah” (Subanji & Nusantara, 2016), akan tetapi pembelajaran akan lebih bermakna sesuai Teori Konstruktivisme apabila siswa mampu melakukan konstruksi yang benar dan “kuat” dalam belajar. Salah satu konsep yang menjadi dasar dalam matematika adalah bilangan bulat. Konsep bilangan bulat dianggap sebagai materi prasyarat yang sangat penting untuk mata pelajaran matematika. Oleh karena itu konsep ini diajarkan sejak di Sekolah Dasar, agar siswa dapat mengikuti materi-materi selanjutnya (jenjang yang lebih tinggi) dengan berbekal pemahaman konsep pengetahuan yang baik.

Signifikansi semiosis (proses semiotik) untuk pendidikan matematika terletak pada penggunaan tanda-tanda; penggunaan ini ada di setiap cabang matematika. Objek-objek matematika bersifat umum, maka untuk merepresentasikan dan berinteraksi dengan objek matematika, perlu untuk menggunakan perantara tanda atau “sign vehicle” yang bukan objek matematika itu sendiri tetapi mewakili mereka dalam beberapa cara (Presmeg et al., 2016). Jadi semiotika, dalam beberapa kerangka tradisional, memiliki potensi untuk berfungsi sebagai lensa teoritis yang kuat dalam menyelidiki beragam topik dalam penelitian pendidikan matematika.

Bilangan adalah suatu konsep dalam ilmu matematika yang digunakan untuk pencacahan dan pengukuran. Konsep dalam matematika merupakan ide abstrak yang dapat digunakan untuk

mengklasifikasikan atau menggolongkan sekumpulan objek atau kejadian tertentu dan menerangkan apakah objek itu merupakan contoh atau bukan contoh dari gagasan tersebut (Gagne, 1985). Sebagai contoh konsep “bilangan bulat” didasarkan pada hubungan besar dan arah. Ada dua kuantitas dalam konsep tersebut yaitu kuantitas positif dan negatif. Kuantitas negatif hanya ada dalam hubungannya dengan kuantitas positif. Konsep-konsep ini dapat dibangun dengan menggunakan beberapa representasi yang dapat memudahkan siswa dalam proses konstruksi konsep. Menurut (Cetin, 2019) konsep bilangan bulat adalah dasar dari domain pembelajaran aljabar dalam pengajaran matematika Sekolah Dasar dan dianggap sebagai prasyarat penting untuk mata pelajaran matematika. Selain itu, konsep ini melambungkan transisi dari pemikiran konkret ke pemikiran abstrak. Ketika menemukan konsep-konsep baru, siswa akan mencoba menerapkan pengetahuan mereka sebelumnya dalam upaya untuk memahami pengetahuan atau informasi baru tersebut. Khususnya dalam pengenalan bilangan bulat dan operasinya. Siswa yang baru diperkenalkan dengan bilangan bulat, dapat menginterpretasikan simbol-simbol yang mereka temui dengan berbagai cara (representasi).

Beberapa penelitian melibatkan semiotik baik secara langsung maupun implisit: ini termasuk mediasi semiotik ("awal" Vygotsky & Cole, 1978), semiotika sosial (Halliday, 1978), berbagai teori representasi (Font et al., 2013; Godino et al., 2011; Goldin, 1998; Vergnaud, 1985), hubungan antara sistem tanda (Duval, 2017), dan yang lebih baru, teori perwujudan yang mencakup gerakan dan tubuh sebagai mode signifikansi (Bautista & Roth, 2012; de Freitas & Sinclair, 2013; Radford, 2009; Roth, 2010). Selain itu jika ditinjau dari materi, yang dilakukakan para peneliti, sebagian besar materi terkait dengan bilangan (Godino et al., 2011; Schreiber, 2013; Shreyar et al., 2010), pola gambar dan posisi (Bezemer et al., 2012; Miller, 2015; Zolkower & de Freitas, 2012), geometri (Alshwaikh, 2010; Daher, 2014; Dimmel & Herbst, 2015; Moore-Russo et al., 2013; Palayukan et al., 2020), grafik (Mudaly, 2014; Pino-Fan et al., 2017). Berdasarkan beberapa penelitian tersebut, analisis semiotik digunakan untuk menggambarkan proses belajar siswa dan mediasi yang dilakukan guru dalam mengkonstruksi makna matematika. Untuk itu, karena diketahui bahwa proses konstruksi semiotik (semiosis) dilakukan oleh siswa baik pada siswa yang memperoleh penyelesaian benar ataupun siswa yang memperoleh jawaban salah, maka penelitian ini bertujuan menyelidiki bagaimana semiotika menjembatani simbol dan makna Simbol operasi Bilangan Bulat.

METODE

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif dengan menggunakan pendekatan semiotik. Dengan menggunakan metode semiotik, Penelitian menggunakan metode kualitatif deskriptif karena berusaha menggambarkan proses semiotik siswa dalam mengkonstruksi makna simbol pada bilangan bulat. Subjek dalam penelitian ini dipilih secara *purposive sampling* (sampling yang bertujuan). Subjek dalam penelitian ini adalah siswa SD 3 Kesu', Toraja Utara, Sulawesi selatan sebanyak 32 orang. Tingkatan ini dipilih dengan pertimbangan siswa pertama kali diperkenalkan dengan materi (konsep) Bilangan Bulat sehingga memungkinkan mereka memiliki *representament* yang beragam dalam memahami simbol.

Pengumpulan data dalam penelitian ini dilakukan dengan memberikan masalah kepada siswa untuk diselesaikan. Masalah yang diberikan yaitu masalah yang melibatkan konsep bilangan bulat. Jawaban siswa dikelompokkan dalam dua kemungkinan: benar dan salah. Selanjutnya dilakukan wawancara tidak terstruktur untuk menelusuri dan mengklarifikasi proses konstruksi subjek berdasarkan data hasil penyelesaian. Penelitian ini menggunakan teknik analisis data semiotika Charles Sanders Peirce. Data yang diperoleh dianalisis berdasarkan semiotik Peirce,

dengan melihat tiga komponen yaitu, *representament*, *object*, dan *interpretant*. Proses semiotik siswa dalam mengonstruksi konsep bilangan bulat pada tahap ini terlihat ketika siswa menyelesaikan instrument tes yang kemudian dilakukan analisis pada tahap wawancara untuk menggali dan mengklarifikasi lebih jauh tentang proses pemaknaan siswa terhadap simbol yang mereka produksi dalam melakukan konstruksi.

Proses analisis data dalam penelitian ini dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut: (1) mentranskrip kan data verbal. (2) menelaah data tertulis dan data hasil wawancara subjek. (3) mengadakan reduksi dengan membuat abstraksi dalam upaya membuat rangkuman yang inti, proses, dan pertanyaan-pertanyaan yang perlu dijaga untuk tetap berada didalamnya. (4) membuat pengodean setiap proses semiotik dalam konstruksi yang dilakukan siswa. (5) menggambarkan proses semiotik siswa dalam mengonstruksi konsep bilangan bulat. (6) melakukan analisis terhadap hasil penelitian yang diperoleh. (7) menarik kesimpulan.

Analisis data wawancara digunakan mengungkap proses semiotik siswa. Hal yang diungkap dalam analisis data wawancara ini meliputi *object*, dan *interpretant* terkait *representamen* yang muncul dalam proses konstruksi. Analisis dilakukan berdasarkan Karakteristik komponen Semiotik pada tabel 1.

Tabel 1 Karakteristik Komponen Semiotik Peirce

Komponen Semiotik Peirce	Pengertian	Karakteristik
Representamen	Eksistensi fisik dari sesuatu yang digunakan untuk mewakili sesuatu yang lain diluar tanda (dengan kata lain bentuk dari tanda)	<ul style="list-style-type: none"> - menampilkan suatu konsep (objek) secara visual - menyampaikan makna dari hal yang di wakili - menghubungkan sifat dari relasi simbol dalam bilangan bulat - memberikan makna pada simbol bilangan bulat dan hubungannya dengan simbol lainnya.
Object	Benda atau konsep konkrit yang menjadi acuan/dirujuk oleh tanda	<ul style="list-style-type: none"> - konsep yang di wakili oleh representamen - konsep yang dipikirkan saat menghasilkan <i>representamen</i>
Interpretant	Konsep mental yang merupakan makna yang muncul dari pemahaman/pengertian /tanggapan/reaksi/ persepsi dari tanda	<ul style="list-style-type: none"> - mengingat konsep berdasarkan <i>representamen</i> yang diproduksi. - mengaitkan <i>representament</i> yang dilihat dengan konsep (objek/materi pelajaran) yang bersesuaian - mengambil keputusan berupa makna sesuai pemahaman dan persepsi terhadap tanda yang ada (<i>representamen</i>)

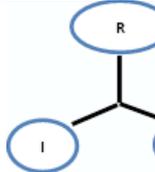
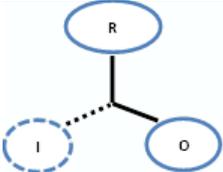
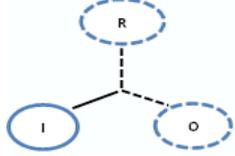
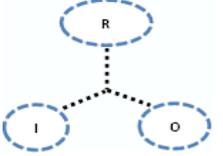
Sumber: Palayukan & Purwanto (2022).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil

Berdasarkan Analisis terhadap hasil jawaban Subjek terhadap masalah bilangan bulat, diperoleh 5 jenis pola konstruksi semiosis dengan masing-masing subjek dikelompokkan berdasarkan konstruksi semiosisnya, yaitu konstruksi semiosis kuat, konstruksi semiosis lemah, konstruksi semiosis Benar-Salah, konstruksi semiosis Salah-Benar, dan konstruksi semiosis Salah-Salah.

Tabel 1 Pola Konstruksi Semiotik

Konstruksi	Makna Simbol		Keterangan
	Benar	Salah	
Benar			R : <i>Representament</i> O : <i>Object</i> I : <i>Interpretant</i> — : hubungan makna yang jelas dan benar : hubungan makna yang tidak jelas
	Kuat	Lemah	
Salah			
			: Salah

Konstruksi semiosis kuat adalah gambaran proses semiotik Subjek pada saat melakukan konstruksi yang benar serta memiliki makna yang jelas dan memperoleh hasil penyelesaian yang benar. Ketika siswa dihadapkan pada masalah (sebagai *representament* awal) $5 + \dots = 7 + 8$, simbol “+” *direpresentament* oleh siswa sebagai “partisi” dari masing-masing bilangan pada kedua ruas dengan asumsi (*Representament*) bahwa 8 ke 5 berkurang 3 maka sebaliknya 7 ke “...” bertambah 3. Dalam hal ini *object* yang dipikirkan subjek adalah “kesetaraan ruas kiri dan kanan dalam konsep bilangan bulat positif”, Jadi siswa tidak melakukan operasi penjumlahan tetapi memaknai (*interpretant*) sebagai simbol untuk melakukan “partisi” pada kedua ruas, sehingga memperoleh $5 + 10 = 7 + 8$, Pada proses tersebut, siswa secara jelas dapat memaknai simbol dan dapat memproduksi simbol secara tepat dalam rangka menemukan penyelesaian.

Konstruksi semiosis lemah adalah gambaran proses semiotik Subjek pada saat melakukan konstruksi yang benar dan memperoleh penyelesaian benar tetapi tidak memahami atau tidak mampu menjelaskan makna dari proses yang mereka lakukan. Simbol “-” pada $19 - (-3)$ dimaknai oleh Subjek sebagai (*representament*) “negatif ketemu negatif sama dengan positif”, sehingga menghasilkan $19 + 3$. Dalam hal ini *object* yang dipikirkan Subjek adalah “operasi penjumlahan”. Sehingga sebagai *interpretant* Subjek melakukan penjumlahan terhadap

bilangan tersebut dan memperoleh $19 + 3 = 22$. Proses yang mereka lakukan hanya secara prosedural/hafalan tanpa memaknai simbol yang mereka prosuksi dalam penyelesaian.

Konstruksi semiosis Salah-Benar adalah proses semiotik Subjek pada saat melakukan konstruksi salah tetapi memperoleh penyelesaian yang benar. Pada masalah $-10 + -10$, Subjek menyelesaikan dengan menjumlahkan kedua bilangan dan mengabaikan tanda minus (fokus hanya pada angka). *Object* yang dipikirkan Subjek adalah “penjumlahan dua nagka positif” kemudian mengikutkan tanda minus setelah mendapatkan hasil akhir (*representement*). Sehingga diperoleh *interpretant* $-10 + -10 = 10 + 10 = -20$. Untuk konteks tersebut mungkin jawaban Subjek tepat, akan tetapi tidak tepat pada masalah lain misal “ $-13 + 12 = -25$ ”. Hasil penyelesaian yang diperoleh Subjek benar, tetapi jelas bahwa konstruksi yang mereka lakukan salah. Konstruksi tersebut hanya berlaku pada konteks tertentu.

Konstruksi semiosis Benar-Salah adalah proses semiotik Subjek pada saat melakukan konstruksi benar tetapi memperoleh penyelesaian yang salah. Pada masalah $-10 + -10$, simbol “+” mengalami “pengabaian” sehingga Subjek memperoleh *representament* $10 - 10$. *Object* yang dipikirkan oleh Subjek adalah “operasi pengurangan dua bilangan yang sama”, dan menghasilkan *interpretant* “pengurangan angka yang sama akan menghasilkan nol” sehingga $-10 + -10 = 10 - 10 = 0$. Proses ini menunjukkan bahwa konsep yang dipikirkan Subjek tentang operasi pengurangan adalah benar bahwa “pengurangan angka yang sama akan menghasilkan nol”, tetapi konstruksi tersebut tidak tepat diaplikasikan pada masalah yang diberikan. Artinya terjadi kesalahan interpretasi Subjek terhadap simbol “+” dan “-” sehingga penyelesaian yang diperoleh salah.

Konstruksi semiosis Salah-Salah adalah proses semiotik Subjek pada saat melakukan konstruksi salah dan memperoleh penyelesaian yang salah. Saat diperhadapkan pada masalah $5 - 9$, Subjek pada konstruksi ini memikirkan *object* “pengurangan”, dengan *representament* “suatu bilangan tidak dapat dikurangkan dengan bilangan yang lebih besar”, sehingga *interpretant* Subjek “pengurangan tidak dapat dilakukan”.

Pembahasan

Temuan pada penelitian ini sejalan dengan teori Peirce, di mana representamen, objek, dan interpretant memainkan peran krusial dalam proses pemaknaan. Dibandingkan dengan studi oleh Vlassis (2008), yang menemukan interpretasi berbeda terhadap tanda minus, penelitian ini menyoroti perlunya pemahaman kontekstual terhadap simbol, bukan sekadar hafalan prosedural. Proses konstruksi konsep dalam bilangan bulat sangat bergantung pada pemaknaan terhadap simbol. Penelitian ini memberi hasil yang sejalan dengan penelitian terdahulu mengenai interpretasi siswa terhadap simbol dalam matematika telah menjadi perhatian khusus. Diantaranya makna simbol “+” pada bilangan bulat negatif, siswa dapat memperlakukan tanda negatif pada penjumlahan sebagai tanda pengurangan (mis., menyelesaikan $-5+6$ sebagai $6-5$) (Bofferding, 2010), atau Vlassis (2008) yang mengungkapkan tiga makna utama simbol “-” adalah unary yaitu tanda minus yang melekat pada angka, binary yaitu makna tanda minus sesuai operasi pengurangan, dan simetrys atau makna berlawanan dari tanda minus menunjukkan operasi mengalikan dengan -1 .

Eichhorn (2018) membahas makna simbol “=” yang selama ini diinterpretasikan siswa sebagai “do something” atau mencari hasil dari ruas sebelah kiri dan menuliskannya setelah tanda “=” (misal $4+6=10$), sedangkan menurutnya lebih luas dari itu, simbol “=” memiliki makna kesetaraan (makna relasi). Siswa yang memahami simbol “=” sebagai operasi, ketika

dihadapkan pada masalah $7+8=\dots+5$ akan berpikir bahwa 15 adalah nilai yang tepat untuk mengisi titik-titik tersebut sebagai hasil dari $7+8$. Siswa yang menjawab demikian tidak memaknai tanda “=” sebagai relasi. Sedangkan siswa yang memahami makna relasi akan berpikir di ruas kiri ada penjumlahan bilangan 7 dan 8 dan di ruas kanan sudah ada bilangan 5 maka isian titik-titik tersebut adalah 10. Ketika menemukan konsep-konsep baru, siswa akan mencoba menerapkan pengetahuan mereka sebelumnya dalam upaya untuk memahami pengetahuan atau informasi baru tersebut. Khususnya dalam pengenalan bilangan bulat dan operasinya. Siswa yang baru diperkenalkan dengan bilangan bulat, dapat menginterpretasikan simbol-simbol yang mereka temui dengan berbagai cara (representasi).

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan diperoleh 5 pola konstruksi semiosis siswa terhadap symbol operasi bilangan bulat, yaitu 1) *konstruksi semiosis kuat* adalah gambaran proses semiotik Subjek pada saat melakukan konstruksi yang benar serta memiliki makna yang jelas dan memperoleh hasil penyelesaian yang benar, 2) *konstruksi semiosis lemah* adalah gambaran proses semiotik Subjek pada saat melakukan konstruksi yang benar dan memperoleh penyelesaian benar tetapi tidak memahami atau tidak mampu menjelaskan makna dari proses yang mereka lakukan, 3) *konstruksi semiosis Benar-Salah* adalah proses semiotik Subjek pada saat melakukan konstruksi benar tetapi memperoleh penyelesaian yang salah, 4) *konstruksi semiosis Salah-Benar* adalah proses semiotik Subjek pada saat melakukan konstruksi salah tetapi memperoleh penyelesaian yang benar, dan 5) *konstruksi semiosis Salah-Salah* adalah proses semiotik Subjek pada saat melakukan konstruksi salah dan memperoleh penyelesaian yang salah. Kesimpulan dari penelitian ini menunjukkan pentingnya peran konstruksi semiosis dalam memahami simbol operasi bilangan bulat. Proses semiotik yang tepat dapat membantu siswa dalam memahami dan menggunakan simbol matematika dengan lebih baik. Implikasi praktis dari penelitian ini adalah perlunya pendekatan pembelajaran yang tidak hanya berfokus pada hafalan prosedur, tetapi juga pada pemahaman makna simbol. Guru dapat menggunakan hasil ini untuk mendesain kegiatan pembelajaran yang mendorong siswa untuk membangun makna simbol secara mandiri dan kontekstual. Selain itu proses konstruksi semiotic siswa dipengaruhi oleh pengalaman belajar sebelumnya mengenai materi terkait, sehingga perlu untuk menanamkan pemahaman yang tepat kepada siswa dalam belajar suatu konsep matematika.

DAFTAR PUSTAKA

- Alshwaikh, J. (2010). Geometrical diagrams as representation and communication: A functional analytic framework. *Research in Mathematics Education*, 12(1). <https://doi.org/10.1080/14794800903569881>
- Ausubel, D. P., Novak, J. D., & Hanesian, H. (1978). *Educational Psychology: A Cognitive View*, (Holt, Rinehart and Winston; New York, NY).
- Bautista, A., & Roth, W.-M. (2012). Conceptualizing sound as a form of incarnate mathematical consciousness. *Educational Studies in Mathematics*, 79, 41–59.
- Benny, H. H. (2011). Semiotik dan dinamika sosial budaya. *Jakarta: Komunitas Bambu*.
- Berger, M. (2006). Making mathematical meaning: from preconcepts to pseudoconcepts to concepts. *Pythagoras*, 2006(63), 14–21.
- Bezemer, J., Jewitt, C., Diamantopoulou, S., Kress, G., & Mavers, D. (2012). *Using a social semiotic approach to multimodality: Researching learning in schools, museums and hospitals*.

- Cetin, H. (2019). Explaining the concept and operations of integer in primary school mathematics teaching: Opposite model sample. *Universal Journal of Educational Research*, 7(2), 365–370. <https://doi.org/10.13189/ujer.2019.070208>
- Cobb, P. (1988). The tension between theories of learning and instruction in mathematics education. *Educational Psychologist*, 23(2), 87–103.
- Daher, W. M. (2014). Manipulatives and problem situations as escalators for students' geometric understanding: a semiotic analysis. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 45(3). <https://doi.org/10.1080/0020739X.2013.837527>
- de Freitas, E., & Sinclair, N. (2013). New materialist ontologies in mathematics education: The body in/of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 83, 453–470.
- Dimmel, J. K., & Herbst, P. G. (2015). The semiotic structure of geometry diagrams: How textbook diagrams convey meaning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46(2), 147–195. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.46.2.0147>
- Duval, R. (2017). Understanding the mathematical way of thinking - The registers of semiotic representations. In *Understanding the Mathematical Way of Thinking - The Registers of Semiotic Representations*. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-56910-9>
- Eco, U., & Marmo, C. (1989). On the Medieval Theory of Signs. *Foundations of Semiotics*, v. 21, ix, 224.
- Eichhorn, M. S., Perry, L. E., & Brombacher, A. (2018). Students' early grade understanding of the equal sign and non-standard equations in Jordan and India. *International Journal of Research in Education and Science*, 4(2), 655–669. <https://doi.org/10.21890/ijres.432520>
- Font, V., Godino, J. D., & Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 97–124.
- Gagne, R. (1985). The conditions of learning and theory of instruction Robert Gagné. *New York, NY: Holt, Rinehart Ja Winston*.
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R., & Lurduy, O. (2011). Why is the learning of elementary arithmetic concepts difficult? Semiotic tools for understanding the nature of mathematical objects. *Educational Studies in Mathematics*, 77(2–3), 247–265. <https://doi.org/10.1007/s10649-010-9278-x>
- Goldin, G. A. (1998). Representations and the psychology of mathematics education: part II. *Journal of Mathematical Behavior*, 2(17), 135.
- Halliday, M. A. K. (1978). *Language as social semiotic: The social interpretation of language and meaning* (Vol. 42). Edward Arnold London.
- Ibda, F. (2015). Perkembangan kognitif: teori jean piaget. *Intelektualita*, 3(1).
- Miller, J. (2015). Young Indigenous Students' Engagement with Growing Pattern Tasks: A Semiotic Perspective. *Mathematics Education Research Group of Australasia*.
- Moore-Russo, D., Viglietti, J. M., Chiu, M. M., & Bateman, S. M. (2013). Teachers' spatial literacy as visualization, reasoning, and communication. *Teaching and Teacher Education*, 29, 97–109.
- Mudaly, V. (2014). A visualisation-based semiotic analysis of learners' conceptual understanding of graphical functional relationships. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 18(1), 3–13. <https://doi.org/10.1080/10288457.2014.889789>
- Palayukan, H., Purwanto, Subanji, & Sisworo. (2020). Student's semiotics in solving problems geometric diagram viewed from peirce perspective. *AIP Conference Proceedings*, 2215, 060020. <https://doi.org/10.1063/5.0000719>
- Palayukan, H. (2022). Proses semiotik (semiosis) siswa dalam mengonstruksi konsep bilangan bulat (Doctoral dissertation, Universitas Negeri Malang).

- Palayukan, H., & Purwanto, S. (2022). Semiotics in Integers: How Can the Semiosis Connections Occur in Problem Solving? *Webology*, 19(2), 98–111.
- Palayukan, H., Lembang, S. T., Situru, A. G., Rapa, S. D., & Heri, H. (2023). Analisis semiotik: representamen siswa dalam menyelesaikan operasi bilangan bulat. *JPMI (Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif)*, 6(4), 1699-1708.
- Peirce, C. S. (1991). *Peirce on signs: Writings on semiotic*. UNC Press Books.
- Pino-Fan, L. R., Guzmán, I., Font, V., & Duval, R. (2017). Analysis of the underlying cognitive. In *PNA* (Vol. 11, Issue 2).
- Presmeg, N., Radford, L., Roth, W.-M., & Kadunz, G. (2016). *Semiotics in Mathematics Education ICME-13 Topical Surveys*. <http://www.springer.com/series/14352>
- Quinnell, L., & Carter, M. L. (2012). Greek or not: The use of symbols and abbreviations in mathematics. *Australian Mathematics Teacher*, 68(2), 34–41.
- Radford, L. (2009). Why do gestures matter? Sensuous cognition and the palpability of mathematical meanings. *Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 111–126. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9127-3>
- Roth, W.-M. (2010). Incarnation: Radicalizing the embodiment of mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 30(2), 8–17.
- Schreiber, C. (2013). Semiotic processes in chat-based problem-solving situations. *Educational Studies in Mathematics*, 82(1), 51–73. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9417-7>
- Shreyar, S., Zolkower, B., & Pérez, S. (2010). Thinking aloud together: A teacher's semiotic mediation of a whole-class conversation about percents. *Educational Studies in Mathematics*, 73, 21–53.
- Subanji, S., & Nusantara, T. (2016). Thinking Process of Pseudo Construction in Mathematics Concepts. *International Education Studies*, 9(2), 17. <https://doi.org/10.5539/ies.v9n2p17>
- Torigoe, E. T., & Gladding, G. E. (2011). Connecting symbolic difficulties with failure in physics. *American Journal of Physics*, 79(1), 133–140. <https://doi.org/10.1119/1.3487941>
- Vergnaud, G. (1985). *Concepts et schèmes dans une théorie opératoire de la représentation*.
- Vile, A. (1993). Is this a sign of the times? A semiotic approach to meaningmaking in mathematics education. *Annual Meeting of the American Educational Research Association, Chicago*.
- Vygotsky, L. S., & Cole, M. (1978). *Mind in society: Development of higher psychological processes*. Harvard university press.
- Yakin, H. S. Mohd., & Totu, A. (2014). The Semiotic Perspectives of Peirce and Saussure: A Brief Comparative Study. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 155(October), 4–8. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2014.10.247>
- Zolkower, B., & de Freitas, E. (2012). Mathematical meaning-making in whole-class conversation: Functional-grammatical analysis of a paradigmatic text. *Language and Dialogue*, 2(1), 60–79.

