

ANALISIS KESALAHAN MAHASISWA PADA MATERI KEKONTINUAN FUNGSI

Septy Sari Yukans¹, Dea Alvionita Azka², Darmawijoyo³, Elsa Susanti⁴

^{1,2,3,4} Universitas Sriwijaya, Jl. Raya Palembang – Prambumulih KM. 32 Kab. Ogan Ilir, Indonesia

¹septysariyukans@fkip.unsri.ac.id, ²dealvionitazka@fkip.unsri.ac.id, ³darmawijoyo@unsri.ac.id,

⁴elsasusanti@fkip.unsri.ac.id

ARTICLE INFO

Article History

Received Jul 12, 2024

Revised Aug 21, 2024

Accepted Sep 2, 2024

Keywords:

Students' Errors;

Function Graphs;

Limit Functions;

Continuity

ABSTRACT

The Basic Calculus course is one of the compulsory courses that must be mastered by prospective mathematics teachers. This study aims to analyze the errors in the topic of Continuity in terms of prospective mathematics teachers' ability to (1) interpret function graphs, (2) draw functions, and (3) utilize relevant concepts to construct written solutions. This is a descriptive study involving 27 second-semester of prospective mathematics teachers enrolled in Basic Calculus course as the subject of the study. Data were collected through written tests to all subjects, and interviews to selected subjects. The analysis of students' written answers revealed five types of errors: (1) errors in reading function graphs, (2) errors in sketching function graphs, (3) errors in determining the limit value of functions, (4) errors in understanding the concept of division by zero, and (5) errors in using the concept of Continuity. The findings of this study indicate that 66.67% of prospective mathematics teachers continue to demonstrate a limited proficiency in reading function graphs, 59.26% of students exhibit a lack of competence in function sketching, and 25.93% of students have a low level of ability in utilizing concepts to construct written solutions.

Corresponding Author:

Septy Sari Yukans,

Universitas Sriwijaya

Kab. Ogan Ilir, Indonesia

septysariyukans@fkip.unsri.ac.id

Mata kuliah Kalkulus Dasar merupakan salah satu mata kuliah wajib yang harus dikuasai oleh mahasiswa calon guru matematika. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kesalahan mahasiswa dalam materi kekontinuan fungsi ditinjau dari kemampuan mahasiswa dalam (1) membaca grafik fungsi, (2) menggambar fungsi, dan (3) menggunakan konsep yang relevan untuk menyusun solusi tertulis. Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif dengan subjek penelitian terdiri dari 27 mahasiswa yang menempuh perkuliahan Kalkulus Dasar. Data dikumpulkan melalui tes tertulis yang diberikan kepada seluruh subjek penelitian, dan wawancara pada subjek terpilih. Hasil analisis lembar jawaban tertulis mahasiswa menemukan lima jenis kesalahan, yakni (1) kesalahan dalam membaca grafik fungsi, (2) kesalahan dalam membuat sketsa grafik fungsi, (3) kesalahan dalam menentukan nilai limit fungsi, (4) kesalahan dalam memahami konsep pembagian dengan nol, dan (5) kesalahan dalam menggunakan definisi kekontinuan fungsi. Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa sebanyak 66.67% mahasiswa masih memiliki kemampuan membaca grafik fungsi yang rendah, 59.26% mahasiswa belum terampil dalam menggambar fungsi, dan 25.93% mahasiswa memiliki kemampuan menggunakan konsep untuk menyusun solusi tertulis kategori rendah.

How to cite:

Yukans, S. S., Azka, D. A., Darmawijoyo, D., & Susanti, E. (2024). Analisis kesalahan mahasiswa pada materi kekontinuan fungsi. *JPMI – Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif*, 7(5), 813-822.

PENDAHULUAN

Mata kuliah Kalkulus Dasar merupakan salah satu mata kuliah wajib bagi mahasiswa semester 2 di Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sriwijaya. Pada mata kuliah ini, mahasiswa calon guru matematika dibekali konsep limit fungsi dan turunan fungsi. Pada awal perkuliahan mahasiswa diberikan penguatan terlebih dahulu akan konsep himpunan, relasi dan fungsi, serta kegiatan untuk menggambarkan dan mengenal fungsi. Kegiatan pembelajaran difokuskan kepada mahasiswa (*student-centered*), dimana mahasiswa mendapatkan kesempatan untuk berdiskusi, bertanya, dan mengutarakan pendapat terkait topik yang tengah dipelajari. Pembelajaran yang berpusat pada peserta didik tersebut berhubungan positif dengan hasil belajar peserta didik, termasuk juga kemampuan pemahaman konsep peserta didik (Lugosi & Uribe, 2022).

Setelah mendapatkan materi pendahuluan, mempelajari konsep limit fungsi dan berbagai teorema limit fungsi, mahasiswa calon guru matematika mempelajari topik Kekontinuan Fungsi. Topik ini dianggap krusial untuk dipahami, karena konsep derivatif yang akan dipelajari berikutnya mensyaratkan kondisi sebuah fungsi yang kontinu. Seperti pada definisi kekontinuan fungsi dalam buku teks yang digunakan dalam pembelajaran Kalkulus Dasar. Oleh karena itu, pemahaman mahasiswa calon guru matematika terkait konsep kekontinuan fungsi ini perlu untuk dikaji, guna mengevaluasi kegiatan pembelajaran yang telah berlangsung, dan mengukur kesiapan belajar mahasiswa dalam menerima materi berikutnya di mata kuliah Kalkulus Dasar.

Kesalahan dalam kegiatan pembelajaran bukanlah sesuatu yang perlu ditakutkan. Melalui kesalahan, mahasiswa calon guru dapat mengevaluasi kompetensi yang mereka miliki, sehingga dapat dijadikan motivasi untuk terus belajar sehingga nanti akan siap menjadi seorang guru matematika. Kesalahan yang timbul pada sebuah pembelajaran umumnya diakibatkan oleh kesulitan belajar (Limardani et al., 2015). Kesulitan belajar dalam mempelajari matematika dapat dibedakan menjadi tiga jenis, yakni terdiri dari 1) kesulitan memahami dan menggunakan konsep, 2) kesulitan dalam menggunakan prinsip, dan 3) kesulitan dalam menyelesaikan masalah-masalah verbal (Januari, 2017). Untuk dapat memahami secara menyeluruh sebuah konsep, mahasiswa setidaknya memahami konsep itu sendiri dan mempelajari konsep-konsep lain yang mendukung atau memiliki keterkaitan dengan konsep yang sedang dipelajari tersebut (Nasution, 2018).

Konsep limit fungsi di Kalkulus Dasar merupakan salah satu konsep yang sulit. Kesulitan yang ditemui mahasiswa dalam mempelajari konsep limit fungsi yang pernah ditemukan dalam penelitian terdahulu salah satunya adalah kesulitan dalam menentukan hubungan $\epsilon - \delta$ dalam menggunakan definisi formal limit fungsi (Nurdin et al., 2021). Selain itu, konsep limit kiri dan limit kanan juga merupakan salah satu tantangan bagi mahasiswa. Mahasiswa cenderung melakukan substitusi untuk menentukan nilai limit fungsi, tanpa mengidentifikasi terlebih dahulu nilai limit kiri dan limit kanan fungsi tersebut (Mulyono & Hapizah, 2017). Kesalahan-kesalahan akan konsep limit fungsi akan mempengaruhi kemampuan mahasiswa dalam memahami konsep kekontinuan fungsi, karena salah satu syarat yang harus dipenuhi agar sebuah fungsi kontinu pada sebuah titik adalah memiliki limit.

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui jenis-jenis kesalahan mahasiswa dalam memahami konsep kekontinuan fungsi melalui pemberian tes tertulis yang bertujuan untuk mengetahui kemampuan mahasiswa dalam membaca grafik fungsi, menggambar grafik fungsi, dan menggunakan konsep-konsep yang relevan untuk menyusun solusi tertulis. Hasil dari penelitian

ini diharapkan dapat memberikan kontribusi bagi dosen pengampu mata kuliah untuk menentukan metode pembelajaran yang tepat, bagi mahasiswa agar menjadi perhatian dan semakin memotivasi belajar, serta bagi peneliti dan pemerhati pendidikan dan pembelajaran matematika sebagai suatu informasi yang dapat memberikan landasan dalam melakukan penelitian lanjutan ataupun melakukan berbagai inovasi dalam pembelajaran matematika baik di sekolah maupun di perguruan tinggi.

METODE

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif yang bertujuan untuk mengetahui dan menganalisis kesalahan mahasiswa calon guru matematika pada materi kekontinuan fungsi. Subjek penelitian adalah mahasiswa program studi Pendidikan Matematika Universitas Sriwijaya semester 2 yang menempuh perkuliahan Kalkulus Dasar sebanyak 27 (dua puluh tujuh) orang. Mahasiswa yang menjadi subjek penelitian ini telah mempelajari materi dasar tentang fungsi dan limit fungsi. Data dalam penelitian dikumpulkan melalui tes tertulis dan wawancara pada subjek terpilih.

Seluruh subjek penelitian diberikan enam set soal tertulis, dimana pada tiga soal pertama mahasiswa membaca grafik fungsi untuk menentukan apakah sebuah fungsi memiliki nilai, memiliki limit, atau kontinu pada titik yang diamati tanpa ada informasi mengenai persamaan fungsi yang digambarkan. Sedangkan pada tiga soal terakhir mahasiswa menentukan nilai, limit, ataukah kontinu atau tidak pada titik yang diamati ketika diberikan persamaan fungsi tanpa disertai gambar. Pada tiga set soal kedua pula mahasiswa sekaligus diuji dalam menggambarkan sketsa grafik fungsi. Soal-soal yang diberikan telah melalui tahapan validasi konten dan bahasa, sehingga dinyatakan valid untuk digunakan dan sesuai dengan materi kekontinuan fungsi. Berikut merupakan sampel soal yang diberikan.

Soal 1: Amati grafik fungsi berikut ini,

Tentukan:

- (a) Apakah $f(a)$ ada? Jika ada berapakah nilainya?
- (b) Apakah $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ ada? Jika ada berapakah nilainya?
- (c) Apakah $f(x)$ kontinu? Mengapa?

Soal 2: Tentukan apakah fungsi berikut memiliki nilai, limit, dan kontinu pada titik yang diamati.
 $g(x) = \frac{1}{x-1}$, pada titik $x = 1$.

Gambar 1. Sampel soal tes

Pada jawaban mahasiswa diberikan skor untuk membedakan apakah jawaban salah, tidak menjawab, jawaban hampir benar dengan disertai alasan yang dapat diterima kebenarannya, atau jawaban benar dengan alasan yang tepat. Skor mahasiswa diakumulasi dan dikategorikan ke dalam tiga level, yakni rendah, sedang, dan tinggi.

Tabel 1. Kategori Kemampuan Siswa

Kategori	Rentang Skor
Rendah	0 – 6

Sedang	7 – 12
Tinggi	13 – 18

Terkait dengan keterampilan mahasiswa dalam menggambar grafik fungsi dikategorikan dalam kategori sangat terampil, cukup terampil, dan belum terampil seperti terdapat dalam tabel berikut ini.

Tabel 2. Kategori Keterampilan

Kategori	Rentang Skor
Belum Terampil	0 – 2
Cukup Terampil	3 – 4
Sangat Terampil	5 – 6

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil

Hasil tes tertulis pada lembar jawaban mahasiswa terkait kemampuan membaca grafik fungsi real dituangkan dalam tabel berikut ini.

Tabel 3. Kategori Kemampuan Membaca Grafik Fungsi Real

Kriteria	Persentase
Rendah	66.67%
Sedang	14.81%
Tinggi	18.52%

Dari tabel di atas, sebagian besar mahasiswa calon guru matematika yang menjadi subjek penelitian masih memiliki kemampuan yang rendah dalam membaca grafik fungsi real. Mahasiswa masih belum mampu membaca apakah fungsi tersebut memiliki nilai, memiliki limit, ataupun kontinu pada titik yang diamati. Sedangkan kemampuan mahasiswa dalam menggambar grafik fungsi dikategorikan dalam kategori sangat terampil, cukup terampil, dan belum terampil yang dirangkum dalam tabel berikut.

Tabel 4. Kategori Kemampuan Menggambar Grafik Fungsi Real

Kriteria	Persentase
Belum Terampil	59.26%
Cukup Terampil	18.52%
Sangat Terampil	22.22%

Selain kemampuan membaca dan menggambar grafik fungsi, kemampuan yang diukur dalam penelitian ini adalah kemampuan mahasiswa calon guru matematika dalam menggunakan konsep-konsep yang relevan untuk menyusun solusi tertulis. Persentase mahasiswa pada kategori kemampuan ini adalah sebagai berikut.

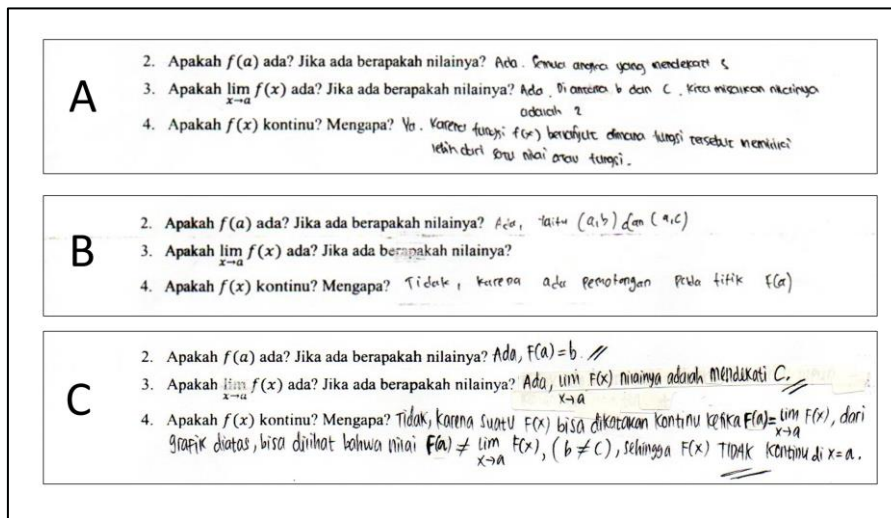
Tabel 5. Kategori Kemampuan Menggunakan Konsep untuk Menyusun Solusi

Kriteria	Persentase
Rendah	25.93%
Sedang	40.74%
Tinggi	33.33%

Pada Tabel 5, terdapat lebih banyak mahasiswa yang memiliki kemampuan kategori sedang dan tinggi. Hasil pada Tabel 5 tersebut menunjukkan persentase banyaknya mahasiswa yang termasuk dalam tiga kategori kemampuan mahasiswa dalam menggunakan konsep fungsi, limit fungsi, dan konsep-konsep lain yang mendukung untuk menyusun solusi tertulis pada soal yang diberikan.

Pembahasan

Membaca Grafik Fungsi. Berdasarkan Tabel 3, masih banyak mahasiswa yang kemampuan membaca grafiknya berada pada kategori rendah, ditandai dengan jawaban salah atau tidak menjawab pertanyaan. Ragam jawaban mahasiswa dalam menjawab Soal 1 dengan mengamati Gambar 1 adalah sebagai berikut.



Gambar 2. Jawaban Mahasiswa pada Soal 1

Mahasiswa A pada jawabannya menuliskan angka 3 dan 2, padahal dalam grafik fungsi tidak disertai skala dan tidak diberikan informasi mengenai bilangan yang bersesuaian dengan titik-titik yang diamati. Ia memberikan angka 3 untuk menunjukkan nilai fungsi dan 2 untuk menunjukkan nilai limit karena tidak menyadari bahwa simbol-simbol a , b , dan c yang terdapat dalam Koordinat Kartesius merepresentasikan suatu bilangan real. Sedangkan mahasiswa B menuliskan pasangan (a, b) dan (a, c) untuk menjawab pertanyaan 2. Wawancara lebih lanjut dilakukan untuk menggali informasi terkait jawaban mahasiswa B tersebut, dan cuplikan wawancaranya adalah sebagai berikut. I menyatakan Interpreter.

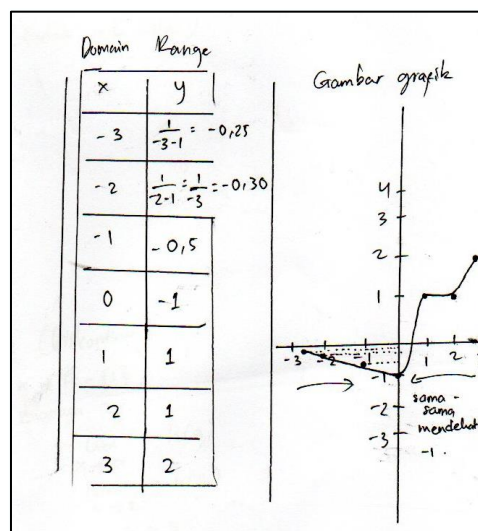
- I : "Pada gambar ini, apakah Anda tahu apakah fungsi $f(x)$ kontinu di titik x sama dengan a ?"
- B : "menurut saya tidak kontinu Bu"
- I : "Apa alasannya?"
- B : "Karena disana grafiknya terputus Bu, tidak menyambung.. jadi menurut saya tidak kontinu"
- I : "Oke... Apakah Anda tahu, apa saja syarat sebuah fungsi dikatakan kontinu di sebuah titik?"
- B : "mmm ada tiga Bu, $f(a)$ -nya ada, limitnya ada, dan limitnya sama dengan $f(a)$ -nya Bu"
- I : "Apakah situasi yang Anda sebutkan tersebut terpenuhi dalam grafik fungsi ini?"
- B : (terdiam) mmm $f(a)$ nya ada, nilainya b dan c ... limitnya tidak tahu, Bu.."

Pernyataan terakhir mahasiswa B dalam menanggapi grafik fungsi pada Gambar 1 yang menyebutkan bahwa nilai fungsi f pada titik $x = a$ yang diamati bernilai b dan c , mengindikasikan mahasiswa belum mampu memahami makna dari simbol bulatan hitam (bulatan penuh) dan bulatan putih (bulatan kosong) pada gambar fungsi yang diberikan. Mahasiswa tersebut juga belum memahami konsep fungsi, bahwa untuk setiap elemen dalam domain dipetakan tepat satu elemen pada kodomain. Pada Gambar 1, semestinya nilai fungsi a , atau $f(a)$, ada dan bernilai b , ditunjukkan oleh simbol bulatan hitam yang menandakan titik (a, b) merupakan titik pada fungsi.

Pada wawancara dengan mahasiswa B di atas, ia menyatakan tiga syarat yang harus dipenuhi dalam menentukan apakah sebuah fungsi kontinu atau tidak pada titik tertentu, namun tidak ia gunakan dalam menyimpulkan apakah fungsi pada Gambar 1 kontinu. Ia memberikan argumen yang mendukung kesimpulannya yang menyatakan bahwa fungsi tersebut tidak kontinu, yakni berdasarkan gambar grafik fungsi yang terputus atau tidak menyambung. Meskipun ia tidak menggunakan definisi kekontinuan fungsi, namun ia mampu membangun suatu pemahaman intuitif, bahwa untuk menentukan sebuah fungsi kontinu atau tidak pada sebuah titik yang sedang diamati dapat melalui bentuk grafik fungsinya.

Sebagian besar mahasiswa yang menyatakan grafik fungsi pada Gambar 1 tidak kontinu dengan mengamati bentuk grafik fungsinya yang tidak menyambung atau terputus. Hanya ada satu mahasiswa C yang memberikan alasan sesuai dengan definisi kekontinuan fungsi seperti ditunjukkan pada gambar berikut ini seperti pada bagian bawah Gambar 2. Ia telah mengetahui ketiga syarat sebuah fungsi disebut kontinu, namun ia masih belum mampu menentukan nilai limit fungsi dengan membaca grafik tersebut. Sebagian besar mahasiswa tidak menyadari bahwa dalam menyimpulkan grafik fungsi tersebut kontinu atau tidak, dapat dilakukan pengamatan melalui limit kiri dan limit kanannya.

Menggambar Grafik Fungsi. Berdasarkan hasil pada Tabel 4, sebagian besar mahasiswa yang menjadi subjek penelitian kurang terampil dalam menggambar grafik fungsi. Strategi yang dituliskan mahasiswa dalam menggambar grafik fungsi adalah dengan mencari pasangan titik-titik yang dilalui fungsi. Sayangnya strategi tersebut tidak selalu berhasil untuk fungsi-fungsi tertentu. Berikut ini jawaban salah satu mahasiswa dalam menggambarkan grafik fungsi pada Soal 2.

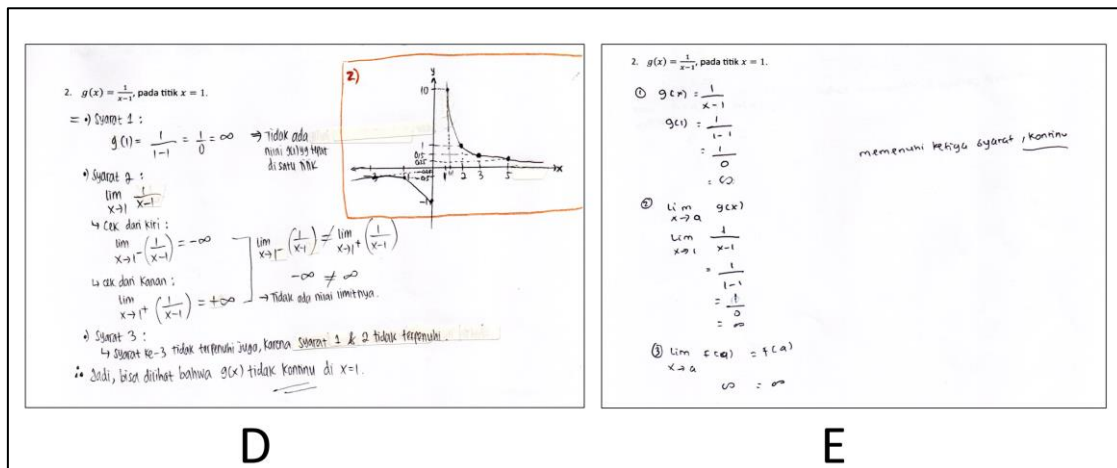


Gambar 3. Mahasiswa Menggambar Fungsi pada Soal 2

Membuat sketsa sebuah fungsi dengan mengidentifikasi sebanyak mungkin titik-titik yang dilaluinya dapat saja berhasil. Namun untuk fungsi yang diskontinu seperti pada Soal 2 ini, sketsa fungsi akan lebih mudah jika terlebih dahulu mengidentifikasi ‘lubang’ atau titik diskontinu pada fungsi, sehingga sebaran titik-titik di sekitar titik yang diskontinu tersebut dapat lebih detil diamati. Selain itu, pemahaman mahasiswa dalam menentukan asimtot sebuah fungsi juga dapat menunjang keterampilannya dalam menggambar. Kemampuan dalam mengidentifikasi karakteristik sebuah fungsi tersebut terkait dengan kemampuan pemahaman konsep, sehingga kesalahan yang ditemukan termasuk dalam kategori kesalahan pemahaman konsep. Kesalahan jenis prosedural juga ditemukan dalam menggambar fungsi, ditunjukkan dengan kekurangtelitian mahasiswa dalam menghitung, dan kecermatan mahasiswa dalam menentukan *increment* atau perubahan nilai pada absis pada titik-titik tertentu.

Menggunakan Konsep untuk Menyusun Solusi secara Tertulis. Kemampuan mahasiswa calon guru matematika dalam menggunakan konsep untuk menyusun solusi secara tertulis terkategori rendah pada Tabel 5 menunjukkan persentase yang lebih kecil dibandingkan dua kategori lainnya dalam tabel yang sama. Namun jika kita bandingkan hasil pada Tabel 3, 4, dan 5, persentase mahasiswa pada kategori sedang dan tinggi dalam menggunakan konsep-konsep terkait untuk menyusun solusi tertulis menunjukkan angka yang lebih tinggi. Dari data tersebut dapat diinterpretasikan bahwa mahasiswa cenderung lebih percaya diri dalam menyusun solusi secara tertulis dibandingkan dengan mengidentifikasi dan membuat gambar. Meskipun demikian, masih terdapat berbagai kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal yang diberikan.

Kemampuan mahasiswa dalam memahami sebuah konsep matematika dapat ditunjukkan ketika mahasiswa tersebut mampu menggunakan suatu konsep yang relevan dalam menyelesaikan soal. Pada Soal 2, mahasiswa menentukan nilai fungsi, nilai limit, dan mengidentifikasi kekontinuan fungsi. Berikut beberapa jawaban mahasiswa dalam menjawab Soal 2.



Gambar 4. Jawaban Mahasiswa pada Soal 2

Salah satu kesalahan terbanyak yang ditemui dalam menjawab Soal 2 terjadi ketika menentukan hasil pembagian bentuk $\frac{1}{0}$. Beberapa mahasiswa menjawab dengan menuliskan nilai 0 atau ∞ (tak hingga). Hal ini menunjukkan bahwa terdapat kesalahan terkait konsep pembagian dengan nol. Pada pertemuan Kalkulus Dasar sebelum penelitian dilaksanakan, dalam berbagai kesempatan telah diinformasikan mengenai konsep pembagian dengan nol. Namun kesalahan jenis ini masih saja muncul. Hal ini dapat disebabkan oleh rendahnya kemampuan mahasiswa dalam memahami konsep dan prinsip dasar dalam pembagian. Kesalahan terkait pemahaman

konsep dasar dalam pembagian serta sifat-sifat bilangan, khususnya bilangan rasional merupakan salah satu jenis kesalahan yang sering kali ditemui dalam pembelajaran matematika (Lee & Boyadzhiev, 2020).

Selain itu, dalam menentukan nilai limit fungsi, sebagian besar mahasiswa melakukan substitusi nilai $x = 1$ ke dalam persamaan fungsi $g(x) = \frac{1}{x-1}$ seperti halnya dilakukan oleh mahasiswa E. Sebagian besar mahasiswa dalam menentukan nilai limit fungsi langsung menggunakan metode substitusi tanpa menganalisis situasinya terlebih dahulu. Kecenderungan menggunakan metode substitusi dalam menentukan limit fungsi ini sering ditemui dalam pembelajaran Kalkulus (Purbaningrum, 2019). Padahal, untuk menentukan nilai limit fungsi, terkadang perlu identifikasi nilai limit kiri dan kanan fungsi. Seperti yang dilakukan oleh mahasiswa D. Dalam kesempatan wawancara dengan mahasiswa D, ia juga memberikan argumen mengenai identifikasi limit kiri dan kanan fungsi dalam menentukan nilai limit fungsi pada Soal 2. Berikut kutipan wawancara dengan mahasiswa D.

I : “Mengapa menurut Anda grafik fungsi tersebut tidak memiliki limit pada saat x mendekati 1?”

D : “Karena tidak sama limitnya, Bu..”

I : “Bisa diperjelas, yang mana yang tidak sama?”

D : “Saat x -nya menuju 1 dari kiri... nilai $g(x)$ -nya akan mengecil, seperti ini Bu.. (sambil menunjuk gambar). Tapi saat menuju 1 dari arah kanan, $g(x)$ akan semakin besar menuju tak hingga, Ibu..”

Mengacu pada pernyataan yang diberikan mahasiswa D, ia mengetahui bahwa grafik fungsi yang diberikan tidak memiliki limit dengan menunjukkan limit kiri dan limit kanan di sekitar titik yang diamati. Ia mengetahui bahwa salah satu sifat sebuah fungsi memiliki limit adalah jika limit kiri dan limit kanannya ada dan bernilai sama. Pernyataan mahasiswa D telah sesuai dengan informasi yang digambarkan pada Gambar 4, dan ia mampu membuat kesimpulan bahwa $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ tidak ada.

Mahasiswa D seperti ditunjukkan pada Gambar 4 menunjukkan tingkat pemahaman yang cukup baik dalam menyelesaikan soal yang diberikan. Meskipun masih terdapat kesalahan dalam konsep pembagian dengan nol dalam menentukan nilai fungsi pada syarat 1 yang ia tuliskan, pada saat menentukan nilai limit fungsi ia mengamati limit kiri dan kanan fungsi ketika mendekati titik tertentu. Ia juga mampu menggambarkan grafik fungsi pada soal. Jika menilik jawaban mahasiswa E, ia menyimpulkan bahwa fungsi yang diberikan kontinu, salah satunya disebabkan karena ia tidak didukung oleh representasi visual fungsi yang sedang diamati. Sehingga ia tidak memiliki gambaran intuitif apakah grafik fungsi yang terbentuk menyambung atau terputus. Dalam hal ini terlihat adanya hubungan antara kemampuan mahasiswa dalam menyusun sebuah solusi secara aljabar dengan kemampuannya dalam menyajikan informasi secara visual. Seperti dikemukakan dalam penelitian lain sebelumnya, kemampuan mahasiswa dalam membuat suatu representasi geometris mampu mendukung kemampuannya dalam memahami konsep secara aljabar (Tokgoz & Ceyhan, 2018).

Satu kesalahan lain yang tampak dalam jawaban mahasiswa pada Gambar 4 adalah kesalahan dalam menggunakan ketiga syarat kekontinuan fungsi. Mahasiswa E terlihat telah mengetahui bahwa dibutuhkan tiga syarat untuk menentukan apakah sebuah fungsi kontinu pada sebuah titik. Terdapat kesalahan dalam membagi dengan nol dalam jawaban tersebut, kesalahan dalam menentukan nilai limit fungsi, dan kesalahan dalam menyimpulkan bahwa fungsi tersebut

kontinu. Kesalahan ini termasuk ke dalam kesalahan prosedural, dimana mahasiswa kurang terampil dalam menggunakan konsep dalam menyelesaikan permasalahan.

Upaya untuk memberikan suatu pemahaman konsep-konsep Kalkulus, terutama terkait limit fungsi memiliki berbagai tantangan tersendiri. Berbagai penelitian menunjukkan berbagai tipe kesulitan mahasiswa calon guru matematika dalam memahami konsep-konsep terkait limit fungsi (Bansilal & Mkhwanazi, 2022; Kamid et al., 2020; Wahyuni, 2017), bahkan penelitian di tingkat sekolah menengah atas juga menunjukkan hasil yang tidak jauh berbeda (Jusri, 2020; Robiah, 2020). Kemampuan memahami ataupun menggambarkan sebuah grafik merupakan salah satu indikator kemampuan pemahaman konsep. Berdasarkan temuan dalam penelitian ini, kemampuan mahasiswa dalam membaca sebuah grafik fungsi real masih tergolong rendah. Rendahnya kemampuan mahasiswa dapat disebabkan karena rendahnya pemahaman mereka akan konsep dasar fungsi, kurangnya kesempatan untuk menggambarkan berbagai macam jenis fungsi, dan pembelajaran terkait limit fungsi yang secara umum berfokus pada kemampuan pemahaman konsep secara tertulis saja. Sehingga diperlukan sebuah pembelajaran yang mengintegrasikan pemahaman konsep dengan representasi geometri sehingga mahasiswa mendapatkan kesempatan untuk memahami konsep secara menyeluruh. Berbagai penelitian terkait integrasi penggunaan software seperti Geogebra dalam pembelajaran Kalkulus menunjukkan hasil yang baik dalam meningkatkan pemahaman konsep mahasiswa (Eduardo Simarmata & Exaudi Sirait, 2020; Lauten et al., 1994).

KESIMPULAN

Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa sebagian besar mahasiswa calon guru matematika masih memiliki kemampuan membaca grafik fungsi yang rendah, belum terampil dalam menggambar fungsi, dan masih terdapat mahasiswa yang memiliki kemampuan menggunakan konsep untuk menyusun solusi tertulis kategori rendah. Hasil tersebut dipengaruhi oleh berbagai kesalahan yang masih ditemukan dalam lembar jawaban dan argumen mahasiswa, yang meliputi 1) kesalahan dalam membaca grafik fungsi, 2) kesalahan dalam membuat sketsa grafik fungsi, 3) kesalahan dalam menentukan nilai limit fungsi, 4) kesalahan dalam memahami konsep pembagian dengan nol, dan 5) kesalahan dalam menggunakan syarat kekontinuan fungsi. Berdasarkan temuan dari penelitian ini, sangat dianjurkan dalam pembelajaran Kalkulus Dasar agar memberikan pemahaman konsep dasar terkait fungsi dan limit fungsi melalui kegiatan pembelajaran yang mengintegrasikan representasi geometri, baik secara langsung maupun menggunakan berbagai aplikasi seperti Geogebra.

DAFTAR PUSTAKA

- Bansilal, S., & Mkhwanazi, T. W. (2022). *Pre-service student teachers' conceptions of the notion of limit*. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 53(8), 2083-2101. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1864488>
- Eduardo Simarmata, J., & Exaudi Sirait, D. (2020). Pemanfaatan aplikasi geogebra dalam pembelajaran kalkulus I pada mahasiswa program studi pendidikan matematika, Universitas Timor. *Journal of Mathematics Education and Science*, 6(1).
- Januri, E. (2017). Kesulitan siswa dalam menyelesaikan soal luas permukaan bangun ruang di smp kristen maranatha pontianak. *Jurnal Pendidikan dan Pembelajaran Khatulistiwa*, 6(11). <https://dx.doi.org/10.26418/jppk.v6i11.22898>
- Jusri. (2020). Analisis kesulitan pemahaman konsep matematika dalam menyelesaikan soal limit fungsi pada siswa kelas XII SMA Negeri 1 Gowa. *Engineering, Construction and*

- Architectural Management*, 25(1).
- Kamid, Anwar, K., Syaiful, Sofnidar, Liani, L., & Kurniawan, W. (2020). *Investigation into first-year college students' misconceptions about limit concept: a case study based on cognitive style*. *Universal Journal of Educational Research*, 8(4), 1445 – 1452. <https://doi.org/10.13189/ujer.2020.080437>
- Lauten, A. D., Graham, K., & Ferrini-Mundy, J. (1994). *Student understanding of basic calculus concepts: Interaction with the graphics calculator*. *Journal of Mathematical Behavior*, 13(2), 225 – 237. [https://doi.org/10.1016/0732-3123\(94\)90026-4](https://doi.org/10.1016/0732-3123(94)90026-4)
- Lee, H.-J., & Boyadzhiev, I. (2020). Underprepared college students' understanding of and misconceptions with fractions. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(3). <https://doi.org/10.29333/iejme/7835>
- Limardani, G., Trapsilasiwi, D., & Fatahillah, A. (2015). Analisis kesulitan siswa dalam menyelesaikan soal operasi aljabar pada siswa kelas VIII D SMP Negeri 4 Jember. *Artikel Ilmiah Mahasiswa*, 1(1), 1 – 7.
- Lugosi, E., & Uribe, G. (2022). *Active learning strategies with positive effects on students' achievements in undergraduate mathematics education*. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 53(2), 403–424. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1773555>
- Mulyono, B., & Hapizah, H. (2017). Identifikasi kesalahan mahasiswa dalam penyelesaian soal limit. *Prosiding Seminar Nasional Program Pascasarjana Universitas PGRI Palembang*. 26 – 30.
- Nasution, N. B. (2018). Analisis kesalahan mahasiswa pada materi fungsi dua peubah dengan *newmann's error analysis* (NEA). *Delta: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 6(1), 21 – 32. <https://doi.org/10.31941/delta.v6i1.730>
- Nurdin, Assagaf, S. F., & Arwadi, F. (2021). *Students' understanding on formal definition of limit*. *Journal of Physics: Conference Series*, 1752(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1752/1/012082>
- Purbaningrum, K. A. (2019). Analysis of student difficulties in understanding the continuity of the function of differential calculus. *Math Didactic: Jurnal Pendidikan Matematika*, 5(2), 199–209. <https://doi.org/10.33654/math.v5i2.612>
- Robiah, S. S. (2020). Analisis kesulitan siswa kelas XII dalam menyelesaikan soal pada materi limit fungsi. *Jurnal Equation Teori Dan Penelitian Pendidikan Matematika*, 3(1), 65 – 75.
- Tokgoz, E., & Ceyhan, M. H. (2018). University students' ability to interconnect the calculus concepts and function graphing. *ASEE Annual Conference and Exposition, Conference Proceedings, 2018-June*. <https://doi.org/10.18260/1-2--31185>
- Wahyuni, A. (2017). Analisis hambatan belajar mahasiswa pada mata kuliah kalkulus dasar. *JNPM (Jurnal Nasional Pendidikan Matematika)*, 1(1), 10 – 23. <https://doi.org/10.33603/jnpm.v1i1.253>